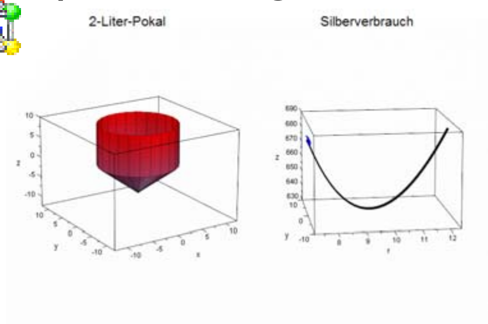
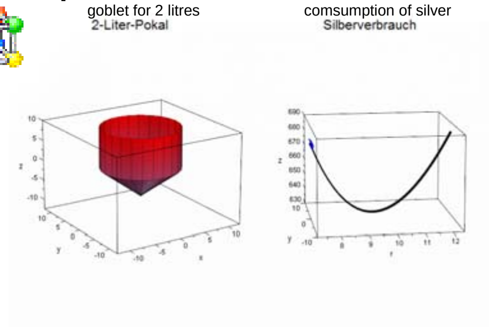
Optimierung als Ziel



1

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus

Optimization as a Goal

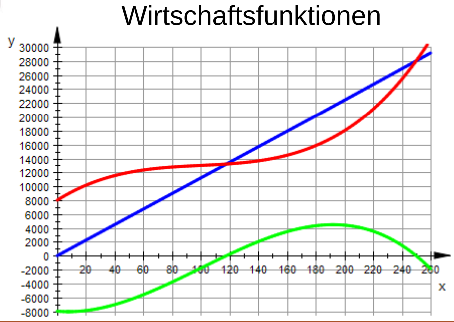


2

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus

Optimierung als Ziel

Wirtschaftsfunktionen

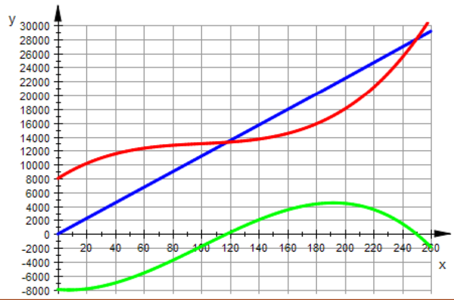


3

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus

Optimization as a Goal

oeconomical functions

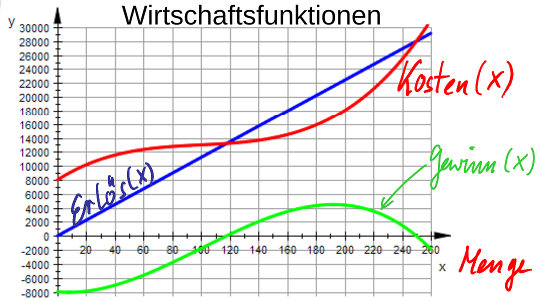


4

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus

Optimierung als Ziel

Wirtschaftsfunktionen

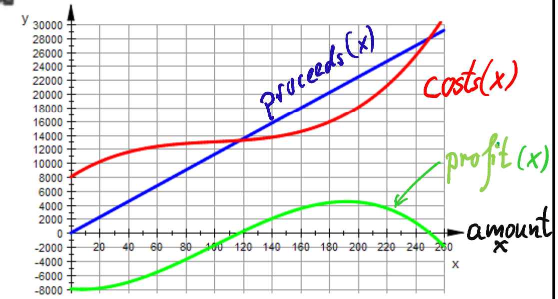


5

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus

Optimization as a Goal

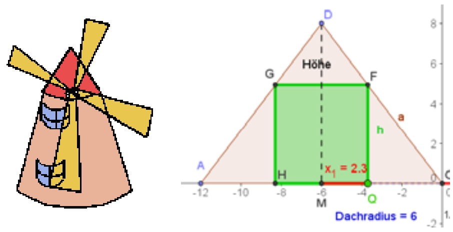
oeconomical functions



6

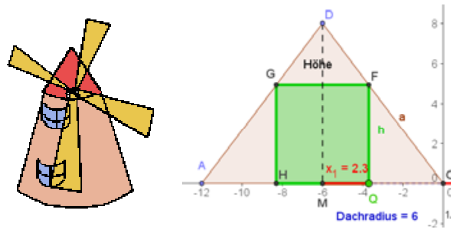
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus

Wasser in der Mühle



Im kegelförmigen Dach einer Mühle soll ein zylindrischer Wasserbehälter mit möglichst großem Volumen eingebaut werden.

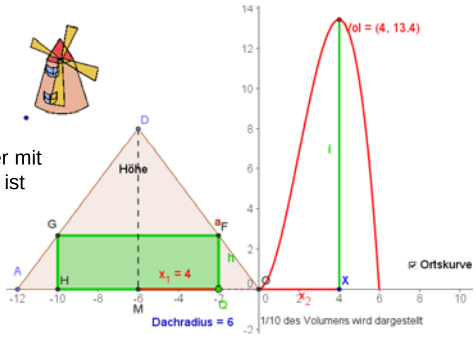
Water in the Mill



In the coniform roof of a mill we will construct a cylindric basin for water. Ist volume shall be as large as possible.

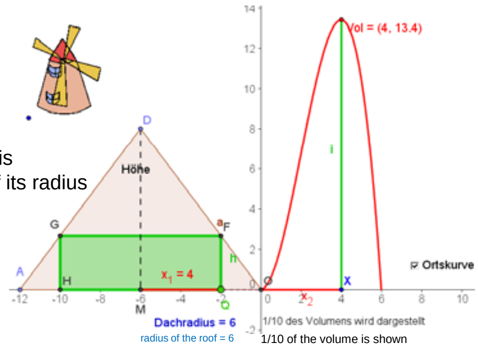
Wasser in der Mühle

Ein Zylinder mit 4 m Radius ist optimal

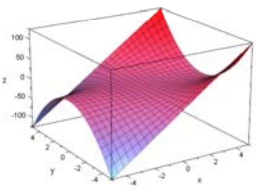


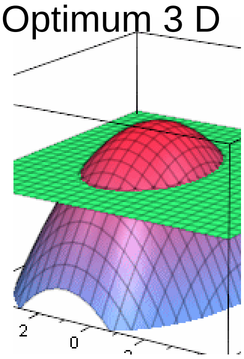
Water in the Mill

A cylinder is is optimal if its radius is 4 m.

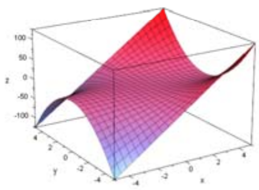


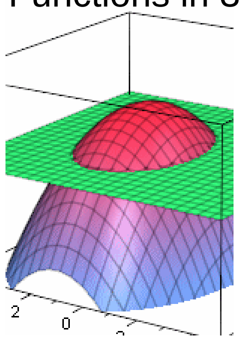
Funktionen Optimum 3 D





Optimum of Functions in 3D





Optimierung

durch die Suche nach Extrempunkten auf den Graphen von Funktionen

....das ist das Einfachste

Das ist aber längst nicht Alles.

Optimization

can be achieved by searching extremal points on the graph of functions

....that is the simplest

But that is'n the only method at all.

Lineare Optimierung

Kindergarten-Spielzeug

30 €
Kosten je Würfel

20 €
Kosten je Kugel

Höchstens 6
y<=6

Höchstens 10
x<=10

x+y<=12 Höchstens 12 Geräte

Onkel Dagobert sponsert Spielgeräte zu den angegeben Bedingungen. Was sollte man bestellen, wenn die Kosten möglichst hoch sein sollen.

Linear Optimization

toys
Kindergarten-Spielzeug

30 €
costs per cube

20 €
costs per sphere

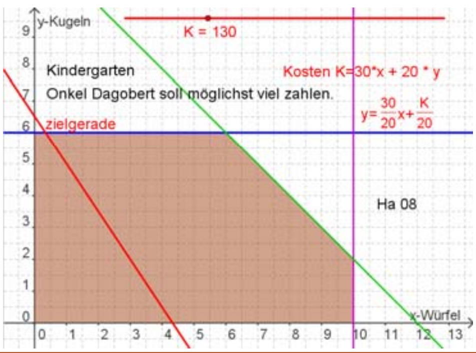
at most 6
y<=6

at most 10
x<=10

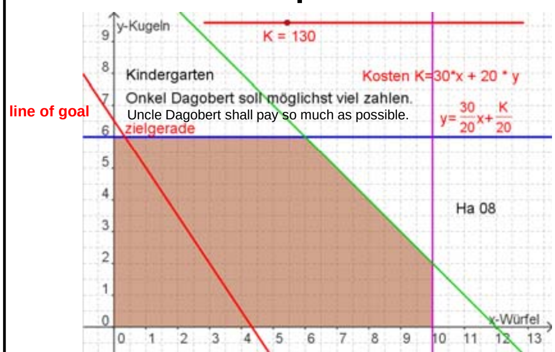
x+y<=12 at most 12 objects

Uncle Dagobert sponsers toys with the shown conditions. What shall be ordered to make the costs so high as possible.

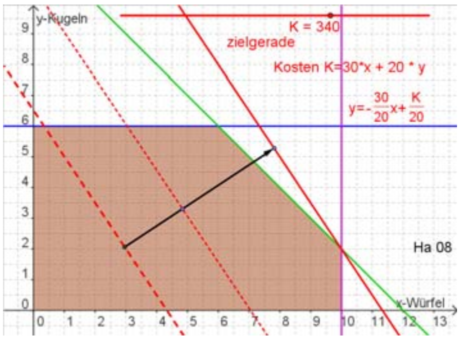
Lineare Optimierung



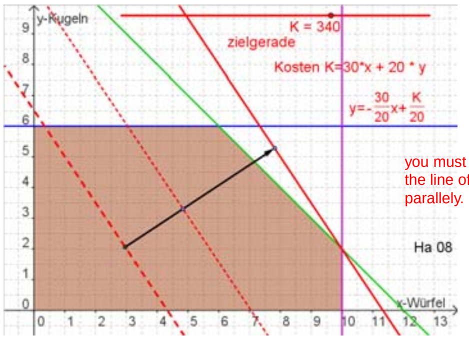
Linear Optimization



Lineare Optimierung

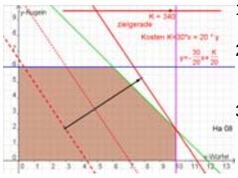


Linear Optimization



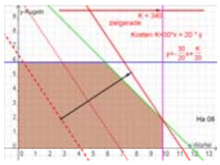
you must move the line of goal parallely.

Lineare Optimierung



1. Zu jeder Bedingung gehört eine Randgerade
2. Das Planungsgebiet enthält alle zulässigen Wertepaare
3. Zu jedem Wert der zu optimierenden Größe K gibt es eine „Zielgerade" (rot)
4. Eine davon bestimmt man, indem man ein Wertepaar des Planungsgebietes einsetzt. Man zeichnet diese Gerade ein.
5. Diese Zielgerade bewegt man mit Parallelverschiebung **auf einen äußersten Punkt** des Planungsgebietes
6. Dieser Punkt ist der gesuchte optimale Punkt.
7. Sonderfall: Die Zielgerade liegt auf einer Randgeraden. Dann sind alle ihre Punkte Lösungen, die auch Rand des Planungsgebietes sind.

Linear Optimization



1. The must be a straight border line for every condition.
2. The planning area contains all admissible pairs of values.
3. There exists a „line of goal" (red) for every value of the quantity K we wish to optimize.
4. For calcutating one of these lines of goal take one point out of the planning area and put it in the equation, here the cost-equation. Draw in this special line of goal (red line left).
5. Now you must move it parallely until **an outmost point of the planning area**. The direction of moving must make the goal-quantity better in the sense of optimization.
6. This point is the optimal point, you have the result.
7. Special result: The line of goal can be one of the border lines. Then you have many solutions with the same value of the goal-quantity.

10.1.1 Ein Problem der Produktionsplanung

Zwei verschiedene Kunststoffprodukte I, II werden aus (in beliebiger Menge verfügbarem) Rohgranulat hergestellt. Drei Vorgänge bestimmen die Produktion: Warmpressen, Spritzguss und Verpackung. Produkt I entsteht durch Warmpressen des Granulates, Produkt II entsteht durch Spritzguss des Granulates. Beide Produkte werden anschließend für den Versand verpackt.

Die Fertigungsstelle „Pressen" steht pro Tag für höchstens 10 h zur Verfügung, pro t des Produktes I wird 1 h benötigt. Die entsprechenden Daten für die Fertigungsstelle „Spritzguss" lauten: 6 h/Tag und 1 h/t. In der Verpackungsabteilung stehen vier Arbeitskräfte mit jeweils täglich maximal 8 Arbeitsstunden zur Verfügung. Pro t von Produkt I werden 2 h, pro t von Produkt II werden 4 h in der Verpackungsabteilung benötigt. Durch den (gesicherten) Absatz aller produzierten Kunststoffprodukte erzielt die Unternehmung die Stückdeckungsbeiträge: 30 €/t für Produkt I, 20 €/t für Produkt II.

In welcher Mengenkombination soll die Unternehmung die beiden Produkte herstellen, damit sie den gesamten täglichen Deckungsbeitrag maximiert?

Tabelle 10.1.1 gibt eine Übersicht über die Modellbedingungen(Produktionskoeffizienten, Kapazitäten, Deckungsbeiträge (DB)).

Tab. 10.1.1	Prod. I	Prod. II	max. Tageskapazität
Pressen	1 h/t	-	10 h
Spritzen	-	1 h/t	6 h
Packen	2 h/t	4 h/t	32 h
DB	30 €/t	20 €/t	

[1] Statt *Lineare Optimierung* ebenfalls gebräuchlich: *Lineare Planungsrechnung* oder *Lineare Programmierung*.

10.1.1 Ein Problem der Produktionsplanung A problem out of production planning.

Zwei verschiedene Kunststoffprodukte I, II werden aus (in beliebiger Menge verfügbarem) Rohgranulat hergestellt. Drei Vorgänge bestimmen die Produktion: Warmpressen, Spritzguss und Verpackung. Produkt I entsteht durch Warmpressen des Granulates, Produkt II entsteht durch Spritzguss des Granulates. Beide Produkte werden anschließend für den Versand verpackt.

The is explained on the following slides.

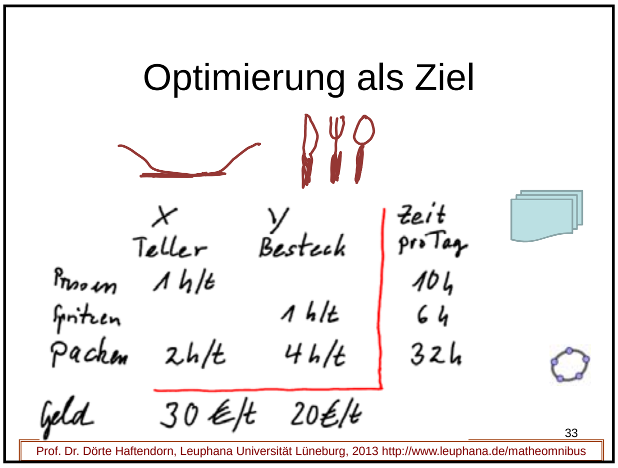
Die Fertigungsstelle „Pressen" steht pro Tag für höchstens 10 h zur Verfügung, pro t des Produktes I wird 1 h benötigt. Die entsprechenden Daten für die Fertigungsstelle „Spritzguss" lauten: 6 h/Tag und 1 h/t. In der Verpackungsabteilung stehen vier Arbeitskräfte mit jeweils täglich maximal 8 Arbeitsstunden zur Verfügung. Pro t von Produkt I werden 2 h, pro t von Produkt II werden 4 h in der Verpackungsabteilung benötigt. Durch den (gesicherten) Absatz aller produzierten Kunststoffprodukte erzielt die Unternehmung die Stückdeckungsbeiträge: 30 €/t für Produkt I, 20 €/t für Produkt II.

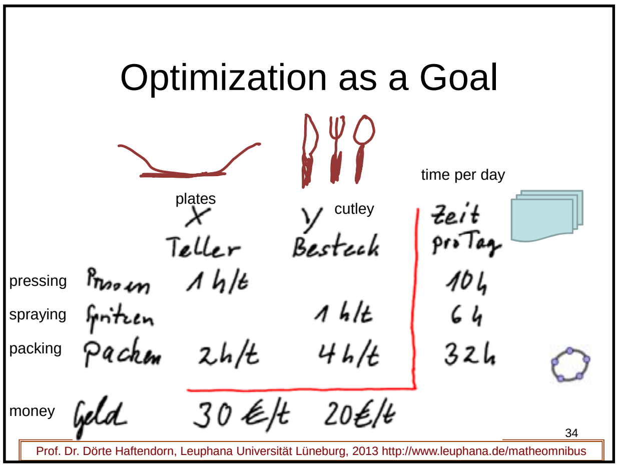
In welcher Mengenkombination soll die Unternehmung die beiden Produkte herstellen, damit sie den gesamten täglichen Deckungsbeitrag maximiert?

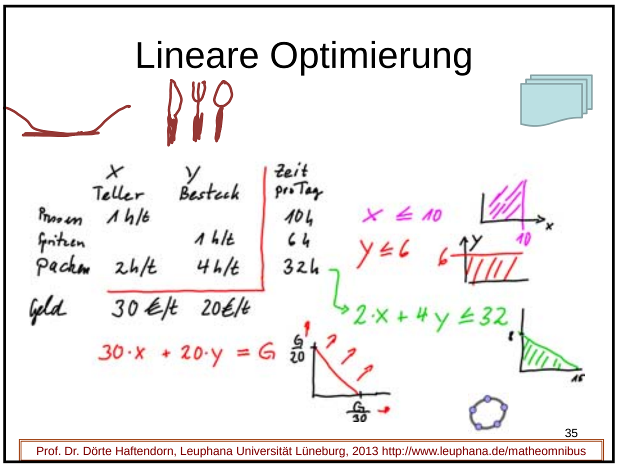
Tabelle 10.1.1 gibt eine Übersicht über die Modellbedingungen(Produktionskoeffizienten, Kapazitäten, Deckungsbeiträge (DB)).

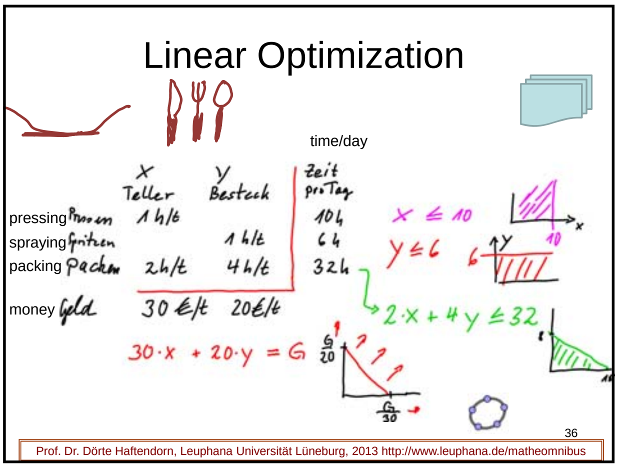
Tab. 10.1.1	Prod. I	Prod. II	max. Tageskapazität
Pressen	1 h/t	-	10 h
Spritzen	-	1 h/t	6 h
Packen	2 h/t	4 h/t	32 h
DB	30 €/t	20 €/t	

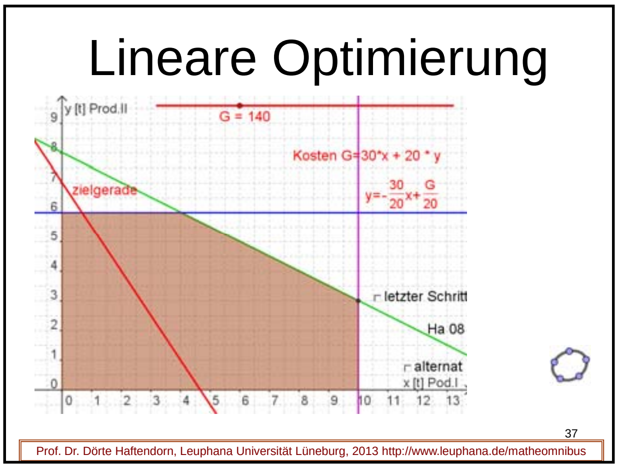
[1] Statt *Lineare Optimierung* ebenfalls gebräuchlich: *Lineare Planungsrechnung* oder *Lineare Programmierung*.

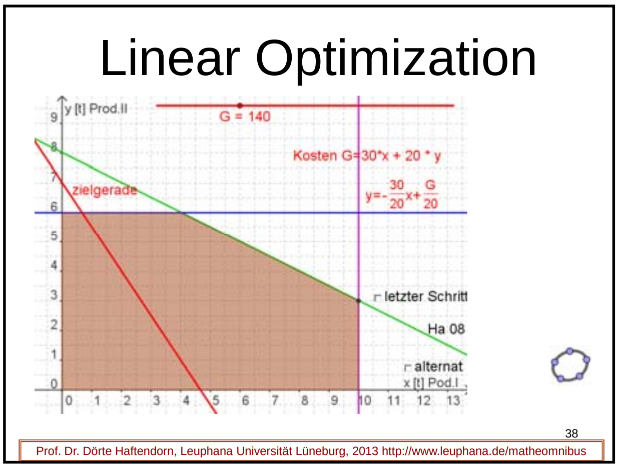

Optimierung als Ziel
x Teller
y Besteck
Zeit pro Tag
Pressen 1 h/t 10 h
Spritzen 1 h/t 6 h
Packen 2 h/t 4 h/t 32 h
Geld 30 €/t 20 €/t
33
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus


Optimization as a Goal
plates
cutley
time per day
x Teller
y Besteck
Zeit pro Tag
pressing Pressen 1 h/t 10 h
spraying Spritzen 1 h/t 6 h
packing Packen 2 h/t 4 h/t 32 h
money Geld 30 €/t 20 €/t
34
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus

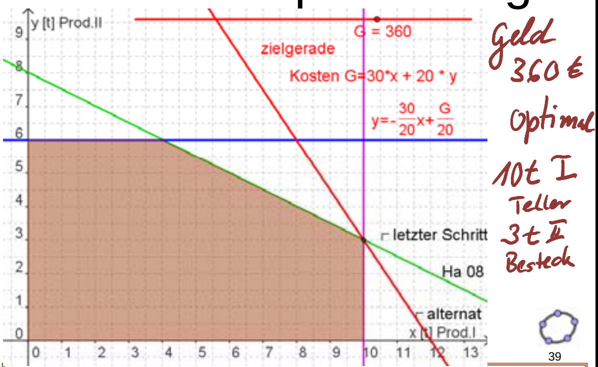

Lineare Optimierung
x Teller
y Besteck
Zeit pro Tag
Pressen 1 h/t 10 h
Spritzen 1 h/t 6 h
Packen 2 h/t 4 h/t 32 h
Geld 30 €/t 20 €/t
x ≤ 10
y ≤ 6
2·x + 4·y ≤ 32
30·x + 20·y = G
G/20
G/30
35
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus


Linear Optimization
time/day
x Teller
y Besteck
Zeit pro Tag
pressing Pressen 1 h/t 10 h
spraying Spritzen 1 h/t 6 h
packing Packen 2 h/t 4 h/t 32 h
money Geld 30 €/t 20 €/t
x ≤ 10
y ≤ 6
2·x + 4·y ≤ 32
30·x + 20·y = G
G/20
G/30
36
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus


Lineare Optimierung
y [t] Prod.II
G = 140
Kosten G=30*x + 20 * y
y=-30/20 x+ G/20
zielgerade
letzter Schritt
Ha 08
alternat
x [t] Prod.I
37
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus

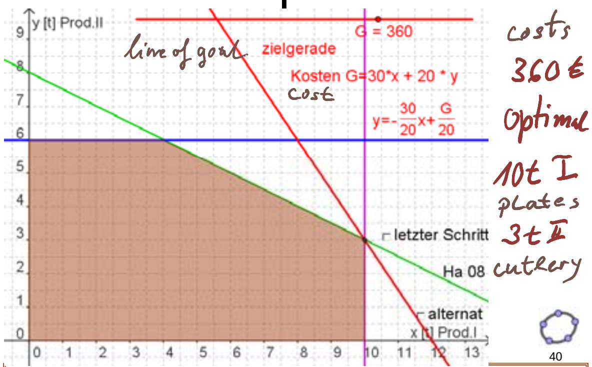

Linear Optimization
y [t] Prod.II
G = 140
Kosten G=30*x + 20 * y
y=-30/20 x+ G/20
zielgerade
letzter Schritt
Ha 08
alternat
x [t] Prod.I
38
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus

Lineare Optimierung



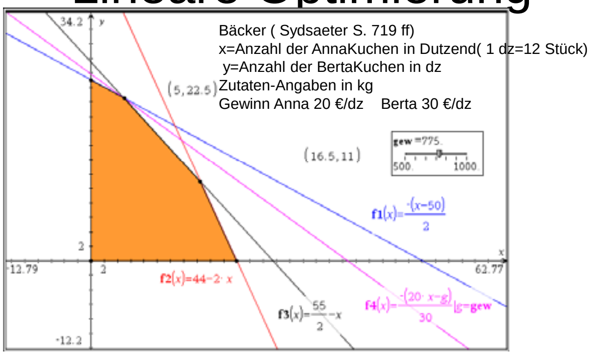
39

Linear Optimization



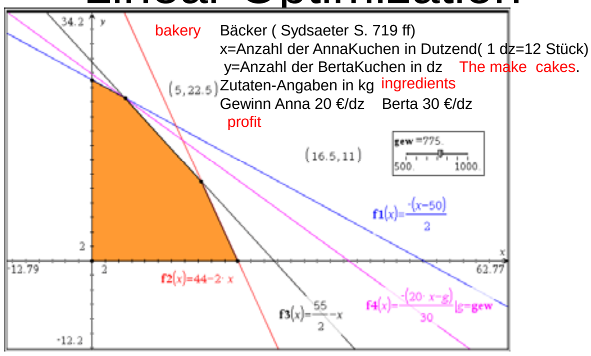
40

Lineare Optimierung



41

Linear Optimization



42