

Wetter in Bad Markstein

Markov-Ketten www.mathematik-verstehen.de Haftendorn 2011**Problem1 Wetter in Bad Markstein****Problem 2 Wetter in Hamburg**

Definition der Übergangsmatrix $aa := \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 & 0.1 \\ 0.15 & 0.75 & 0.1 \end{bmatrix}$

(Aus den Vorlagen geholt. Beim Eintragen TAB verwenden! Doppel a, weil es A nicht gibt.) Bezug dieser Zahlen: Vorlesung 10 Mathe für alle.

www.leuphana.de/matheomnibus Wetter Bad Markstein: (Sonne, Nebel, Regen)

Takt 1 Tag

Hein kommt bei Sonne in Bad Markstein an. Was kann er morgen und dann übermorgen für Wetter erwarten? $heutesonne := [1 \ 0 \ 0] \cdot [1 \ 0 \ 0]$

$morgen := heutesonne \cdot aa \rightarrow [0.5 \ 0.2 \ 0.3]$

$übermorgen := morgen \cdot aa \rightarrow [0.335 \ 0.465 \ 0.2]$

$tag3 := übermorgen \cdot aa \rightarrow [0.2905 \ 0.5425 \ 0.167]$

$aa^2 \rightarrow \begin{bmatrix} 0.335 & 0.465 & 0.2 \\ 0.255 & 0.605 & 0.14 \\ 0.24 & 0.63 & 0.13 \end{bmatrix}$

$aa^3 \rightarrow \begin{bmatrix} 0.2905 & 0.5425 & 0.167 \\ 0.2695 & 0.5795 & 0.151 \\ 0.2655 & 0.5865 & 0.148 \end{bmatrix}$

1.1

Wetter in Bad Markstein

Entwicklung des Wetters auf lange Sicht

$\mathbf{aa}^{10} \triangleright \begin{bmatrix} 0.274649 & 0.57042 & 0.154931 \\ 0.274647 & 0.570423 & 0.154929 \\ 0.274647 & 0.570424 & 0.154929 \end{bmatrix}$ gibt eine stabile Wetterverteilung an, denn

$$\begin{bmatrix} 0.274649 & 0.57042 & 0.154931 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{aa} \triangleright \begin{bmatrix} 0.274648 & 0.570422 & 0.15493 \end{bmatrix}$$

ist schon fast dieselbe Verteilung.

$\mathbf{ve} := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{aa}^{50} \triangleright \begin{bmatrix} 0.274648 & 0.570423 & 0.15493 \end{bmatrix}$ mit hoher Genauigkeit.

$$\mathbf{ve} \cdot \mathbf{aa} - \mathbf{ve} \triangleright \begin{bmatrix} 0. & 0. & 0. \end{bmatrix}$$

Also gilt $\mathbf{ve} = \mathbf{ve} \cdot \mathbf{aa} \triangleright \begin{bmatrix} \text{true} & \text{true} & \text{true} \end{bmatrix}$ man sagt auch allgemein: \mathbf{ve} ist Eigenvektor von \mathbf{aa} zum Eigenwert 1

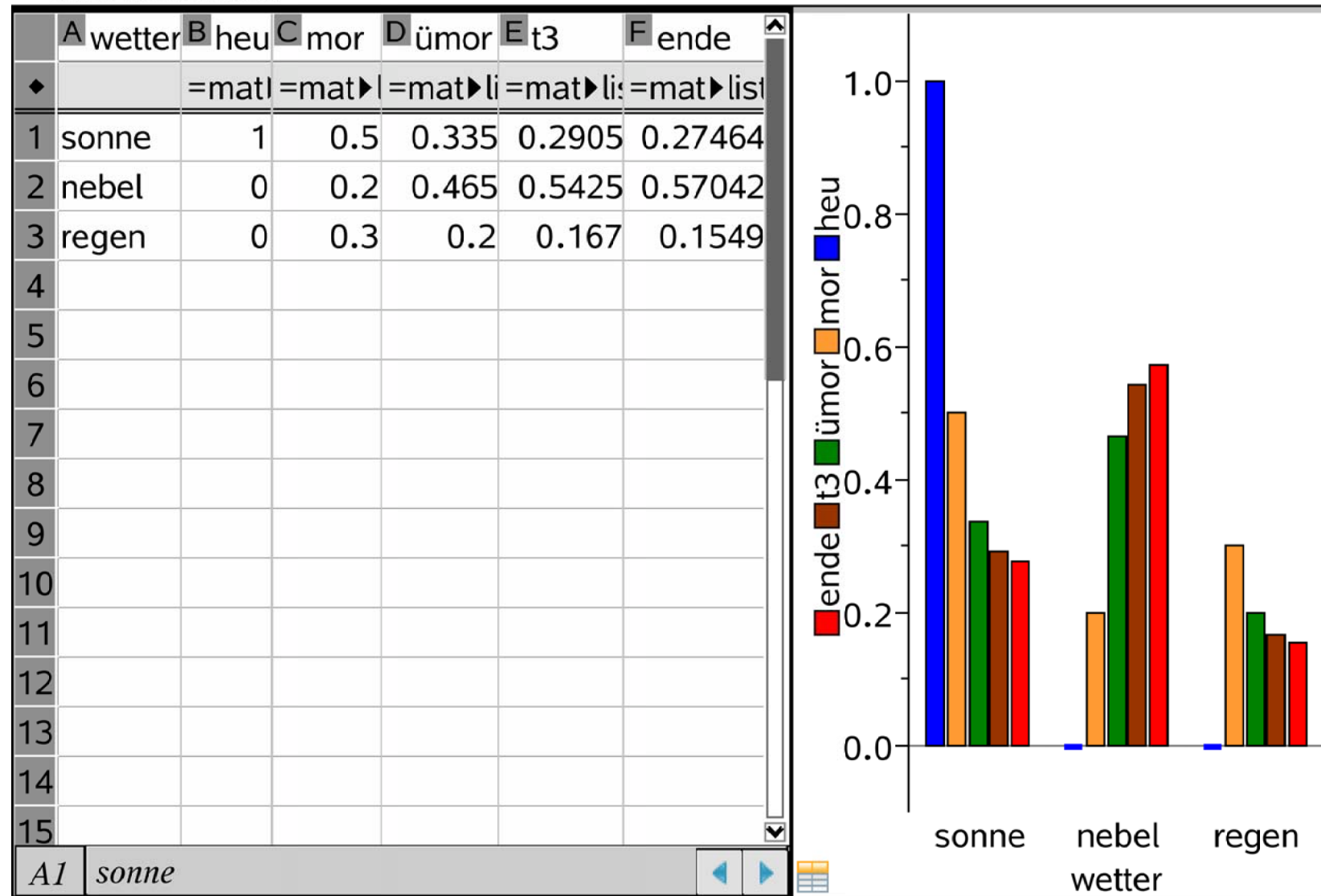
$$\mathbf{ve} \cdot \mathbf{aa} \triangleright \begin{bmatrix} 0.274648 & 0.570423 & 0.15493 \end{bmatrix} \quad \text{oder} \quad \mathbf{ve} \cdot \mathbf{aa} - \mathbf{ve} \triangleright \begin{bmatrix} 0. & 0. & 0. \end{bmatrix}$$

Hilfe:

Für das Histogramm: heu markieren, re Maus Ergebnisdiagramm, es kommt ein Assistent.

1.2

Wetter in Bad Markstein



1.3

Wetter in Hamburg

Definition der Übergangsmatrix $\mathbf{aa} := \begin{bmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.2 & 0.7 & 0.1 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{bmatrix}$

(Aus den Vorlagen geholt. Beim Eintragen TAB verwenden! Doppel a, weil es A nicht gibt.) Bezug dieser Zahlen: Vorlesung 10 Mathe für alle.

www.leuphana.de/matheomnibus Wetter Hamburg: (Sonne, Nebel, Regen) Takt 1 Tag

Hein kommt bei grauem Himmel in Hamburg an. Was kann er morgen und dann übermorgen für Wetter erwarten? $\mathbf{heute} := [0 \ 1 \ 0] \triangleright [0 \ 1 \ 0]$

$\mathbf{morgen} := \mathbf{heute} \cdot \mathbf{aa} \triangleright [0.2 \ 0.7 \ 0.1]$

$\mathbf{übermorgen} := \mathbf{morgen} \cdot \mathbf{aa} \triangleright [0.25 \ 0.58 \ 0.17]$

$\mathbf{tag3} := \mathbf{übermorgen} \cdot \mathbf{aa} \triangleright [0.258 \ 0.532 \ 0.21]$

$\mathbf{aa}^2 \triangleright \begin{bmatrix} 0.33 & 0.42 & 0.25 \\ 0.25 & 0.58 & 0.17 \\ 0.17 & 0.42 & 0.41 \end{bmatrix}$ $\mathbf{aa}^3 \triangleright \begin{bmatrix} 0.274 & 0.468 & 0.258 \\ 0.258 & 0.532 & 0.21 \\ 0.21 & 0.468 & 0.322 \end{bmatrix}$

$\mathbf{end} := \mathbf{aa}^{50} \triangleright \begin{bmatrix} 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \end{bmatrix}$

2.1

Wetter in Hamburg

Entwicklung des Wetters auf lange Sicht

$\mathbf{aa}^{50} \triangleright \begin{bmatrix} 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \end{bmatrix}$ gibt eine stabile Wetterverteilung an, denn

alle Zeilen sind $\mathbf{ve} := [1 \ 0 \ 0] \cdot \mathbf{aa}^{50} \triangleright [0.25 \ 0.5 \ 0.25]$

Es gilt $\mathbf{ve} = \mathbf{ve} \cdot \mathbf{aa}$ man sagt auch allgemein: \mathbf{ve} ist Eigenvektor von \mathbf{aa} zum Eigenwert 1

$\mathbf{ve} \cdot \mathbf{aa} \triangleright [0.25 \ 0.5 \ 0.25]$ oder $\mathbf{ve} \cdot \mathbf{aa} - \mathbf{ve} \triangleright [0. \ 0. \ 0.]$

Die erste Spalte von \mathbf{aa} ist amtlich, die anderen geschätzt-

Also dann ist das Wetter im Hamburg im Mittel

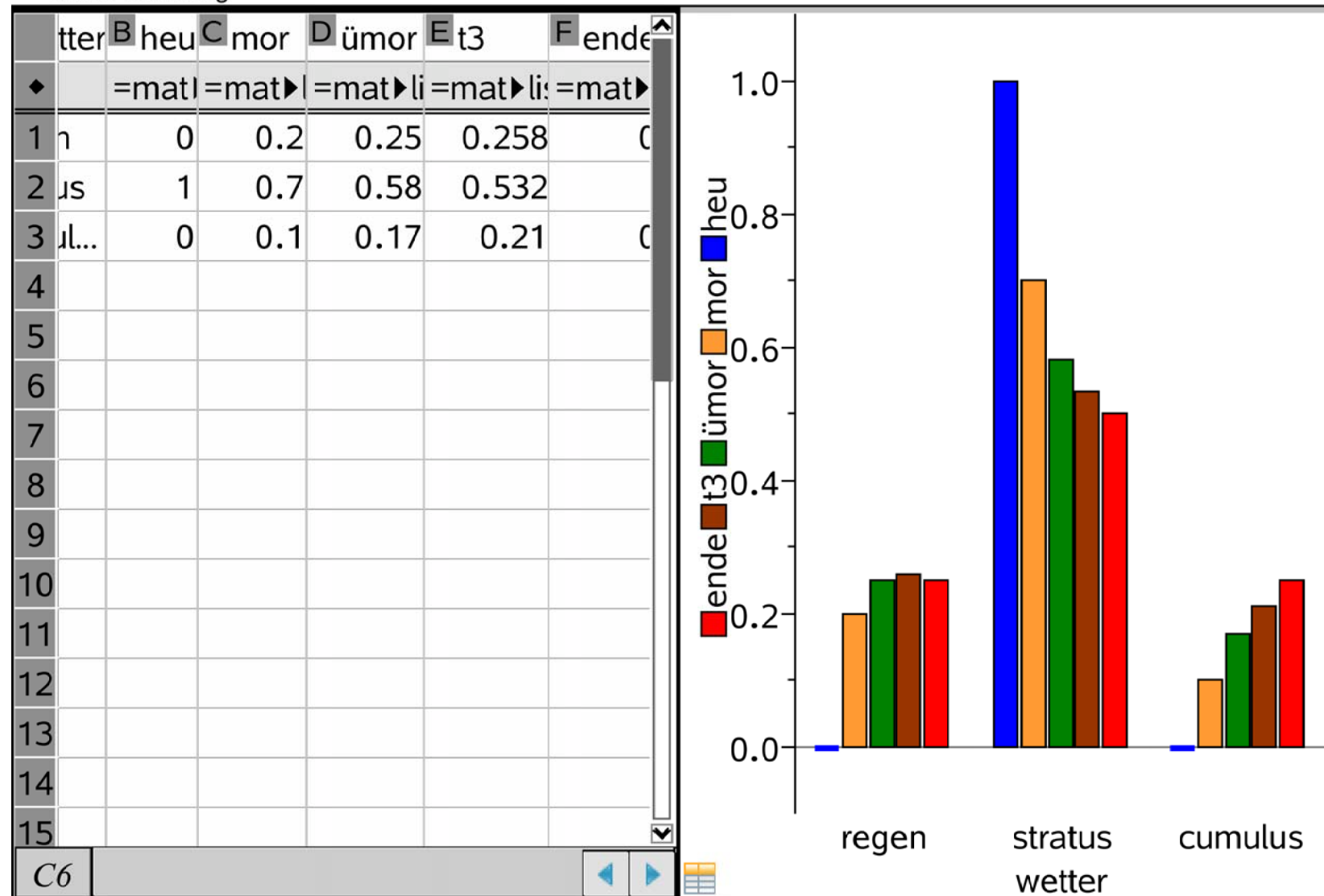
25% Regen, 50% Stratus (=bedeckt) 25% Cumulus (Schönwetter)

Hilfe:

Für das Histogramm: heu markieren, re Maus Ergebnisdiagramm, es kommt ein Assistent.

2.2

Wetter in Hamburg



2.3