

### Wetter in Bad Markstein

**Markov-Ketten** www.mathematik-verstehen.de Haftendorn 2011

**Problem 1 Wetter in Bad Markstein**    **Problem 2 Wetter in Hamburg**

Definition der Übergangsmatrix  $aa = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.2 & 0.3 \\ 0.2 & 0.7 & 0.1 \\ 0.15 & 0.75 & 0.1 \end{bmatrix}$

(Aus den Vorlagen geholt. Beim Eintragen TAB verwendet! Doppel a, weil es A nicht gibt.) Bezug dieser Zahlen: Vorlesung 10 Mathe für alle.  
 www.leuphana.de/matheomnibus Wetter Bad Markstein: (Sonne, Nebel, Regen) Takt 1 Tag

Hein kommt bei Sonne in Bad Markstein an. Was hant er morgen und dann übermorgen für Wetter erwarten?  $heutesonne = [1 \ 0 \ 0] \cdot [1 \ 0 \ 0]$

morgen :=  $heutesonne \cdot aa = [0.5 \ 0.2 \ 0.3]$   
 übermorgen :=  $morgen \cdot aa = [0.335 \ 0.465 \ 0.2]$   
 tag3 :=  $übermorgen \cdot aa = [0.2905 \ 0.5425 \ 0.167]$

$aa^2 = \begin{bmatrix} 0.335 & 0.465 & 0.2 \\ 0.255 & 0.605 & 0.14 \\ 0.24 & 0.63 & 0.13 \end{bmatrix}$      $aa^3 = \begin{bmatrix} 0.2905 & 0.5425 & 0.167 \\ 0.2695 & 0.5795 & 0.151 \\ 0.2655 & 0.5865 & 0.148 \end{bmatrix}$

1.1

**Entwicklung des Wetters auf lange Sicht**

$aa^{10} = \begin{bmatrix} 0.274649 & 0.57042 & 0.154931 \\ 0.274647 & 0.570423 & 0.154929 \\ 0.274647 & 0.570424 & 0.154929 \end{bmatrix}$  gibt eine stabile Wetterverteilung an, denn

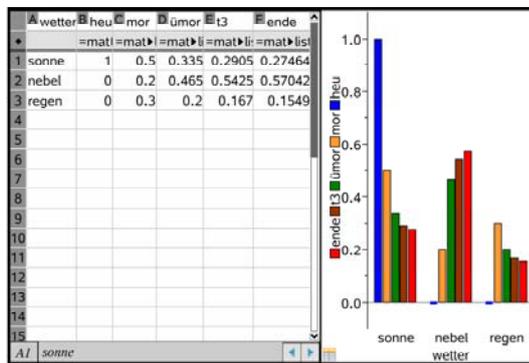
$[0.274649 \ 0.57042 \ 0.154931] \cdot aa = [0.274648 \ 0.570422 \ 0.15493]$   
 ist schon fast dieselbe Verteilung.

$ve = [1 \ 0 \ 0] \cdot aa^{50} = [0.274648 \ 0.570423 \ 0.15493]$  mit hoher Genauigkeit.  
 $ve \cdot aa - ve = [0. \ 0. \ 0.]$

Also gilt  $ve \cdot ve \cdot aa = [true \ true \ true]$  man sagt auch allgemein: ve ist Eigenvektor von aa zum Eigenwert 1  
 $ve \cdot aa = [0.274648 \ 0.570423 \ 0.15493]$  oder  $ve \cdot aa - ve = [0. \ 0. \ 0.]$

Hilfe:  
 Für das Histogramm: heu markieren, re Maus Ergebnisdigramm, es kommt ein Assistent.

1.2



1.3

### Wetter in Hamburg

Definition der Übergangsmatrix  $aa = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.2 & 0.7 & 0.1 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \end{bmatrix}$

(Aus den Vorlagen geholt. Beim Eintragen TAB verwendet! Doppel a, weil es A nicht gibt.) Bezug dieser Zahlen: Vorlesung 10 Mathe für alle.  
 www.leuphana.de/matheomnibus Wetter Hamburg: (Sonne, Nebel, Regen) Takt 1 Tag

Hein kommt bei grauem Himmel in Hamburg an. Was hant er morgen und dann übermorgen für Wetter erwarten?  $heute = [0 \ 1 \ 0] \cdot [0 \ 1 \ 0]$

morgen :=  $heute \cdot aa = [0.2 \ 0.7 \ 0.1]$   
 übermorgen :=  $morgen \cdot aa = [0.25 \ 0.58 \ 0.17]$   
 tag3 :=  $übermorgen \cdot aa = [0.258 \ 0.532 \ 0.21]$

$aa^2 = \begin{bmatrix} 0.33 & 0.42 & 0.25 \\ 0.25 & 0.58 & 0.17 \\ 0.17 & 0.42 & 0.41 \end{bmatrix}$      $aa^3 = \begin{bmatrix} 0.274 & 0.468 & 0.258 \\ 0.258 & 0.532 & 0.21 \\ 0.21 & 0.468 & 0.322 \end{bmatrix}$

$end = aa^{50} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \end{bmatrix}$

2.1

**Entwicklung des Wetters auf lange Sicht**

$aa^{50} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \\ 0.25 & 0.5 & 0.25 \end{bmatrix}$  gibt eine stabile Wetterverteilung an, denn

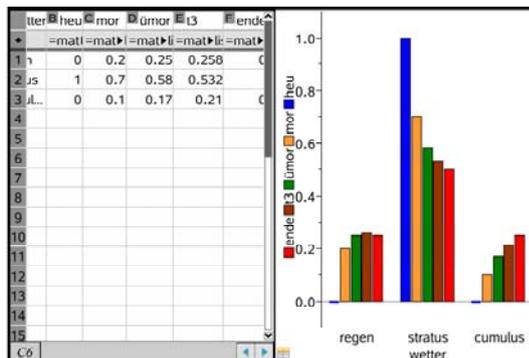
alle Zeilen sind  $ve = [1 \ 0 \ 0] \cdot aa^{50} = [0.25 \ 0.5 \ 0.25]$

Es gilt  $ve \cdot ve \cdot aa$  man sagt auch allgemein: ve ist Eigenvektor von aa zum Eigenwert 1  
 $ve \cdot aa = [0.25 \ 0.5 \ 0.25]$  oder  $ve \cdot aa - ve = [0. \ 0. \ 0.]$

Die erste Spalte von aa ist amtlich, die anderen geschätzt-  
 Also dann ist das Wetter in Hamburg im Mittel  
**25% Regen, 50% Stratus (=bedeckt) 25% Cumulus (Schönwetter)**

Hilfe:  
 Für das Histogramm: heu markieren, re Maus Ergebnisdigramm, es kommt ein Assistent.

2.2



2.3