Wirtschaftsfunktionen, frei, 4 Pkte

Wirtschaftsfunktionen mit frei wählbarer Kostenfunktion

als Polynom 3. Grades

Prof Dr. Dörte Haftendorn 2012 Definition eines Polynoms als Kostenfunktion, das durch 4 frei ziehbare Punkte verläuft.

Newton–Interpolation *(Man braucht man nicht im Einzelnen zu verfolgen, wie die Kostenfunktion erzeugt wird.)*

mgl. Ausgangssituation A=[0,3]; B=[2,5]; C=[5,6]; D=[7,8]

$\mathbf{apx}:=0 \blacktriangleright 0$ $\mathbf{bpx}:=2 \blacktriangleright 2$ $\mathbf{cpx}:=5 \blacktriangleright 5$ $\mathbf{dpx}:=7 \blacktriangleright 7$

$\mathbf{apy}:=3 \blacktriangleright 3$ $\mathbf{bpy}:=5 \blacktriangleright 5$ $\mathbf{cpy}:=6 \blacktriangleright 6$ $\mathbf{dpy}:=8 \blacktriangleright 8$

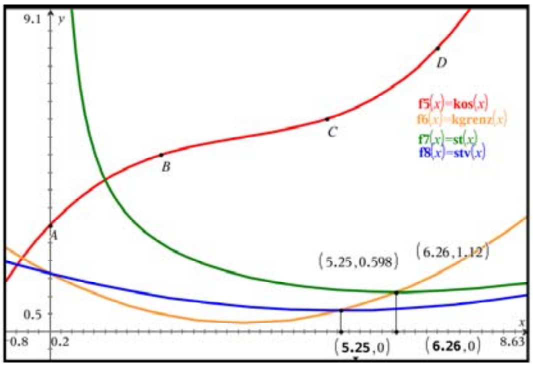
Das Handwerk zum Punktesetzen und "zugfest" machen ist auf Seite 2 des zweiten Problems der Lagrange–Interpolation beschrieben.

$\mathbf{ne0}(x):=1 \blacktriangleright \textit{Fertig}$ $\mathbf{ne1}(x):=x-\mathbf{apx} \blacktriangleright \textit{Fertig}$ $\mathbf{ne2}(x):=(x-\mathbf{apx})\cdot(x-\mathbf{bpx}) \blacktriangleright \textit{Fertig}$

$\mathbf{ne3}(x):=(x-\mathbf{apx})\cdot(x-\mathbf{bpx})\cdot(x-\mathbf{cpx}) \blacktriangleright \textit{Fertig}$

Ziehe im Graph–Fenster etwas an D (oder den anderen Punkten) und beobachte, wie sehr sich die eben genannten Wirtschaftsgrößen ändern.

1.1



1.2

$\mathbf{pn}(x):=c1\cdot \mathbf{ne0}(x)+c2\cdot \mathbf{ne1}(x)+c3\cdot \mathbf{ne2}(x)+c4\cdot \mathbf{ne3}(x) \blacktriangleright \textit{Fertig}$

Bedingungen

$\mathbf{gla}:=\mathbf{pn}(\mathbf{apx})=\mathbf{apy} \blacktriangleright c1=3$

$\mathbf{glb}:=\mathbf{pn}(\mathbf{bpx})=\mathbf{bpy} \blacktriangleright c1+2\cdot c2=5$

$\mathbf{glc}:=\mathbf{pn}(\mathbf{cpx})=\mathbf{cpy} \blacktriangleright c1+5\cdot c2+15\cdot c3=6$

$\mathbf{gld}:=\mathbf{pn}(\mathbf{dpx})=\mathbf{dpy} \blacktriangleright c1+7\cdot c2+35\cdot c3+70\cdot c4=8$

Dieses Gleichungssystem ist von oben aufgerollt von Hand einfach zu lösen.

Erst c1, dann c2, dann c3, dann c4. Hier geht es einfacher zusammen:

$\mathbf{lo}:=\text{solve}(\{\mathbf{gla},\mathbf{glb},\mathbf{glc},\mathbf{gld}\},\{c1,c2,c3,c4\})$

$\blacktriangleright c1=3 \text{ and } c2=1 \text{ and } c3=\frac{-2}{15} \text{ and } c4=\frac{4}{105}$

$\mathbf{kos}(x):=\mathbf{pn}(x)|\mathbf{lo} \blacktriangleright \textit{Fertig}$ **ist die gesuchte Kostenfunktion, die man frei modellieren kann.** $\mathbf{kos}(x) \blacktriangleright \frac{4\cdot x^3}{105}-\frac{2\cdot x^2}{5}+\frac{173\cdot x}{105}+3$

1.3

$\mathbf{kos}(x) \blacktriangleright \frac{4\cdot x^3}{105}-\frac{2\cdot x^2}{5}+\frac{173\cdot x}{105}+3$ **Kostenfunktion. Sie wird frei modelliert z.B. in den Graph–Fenstern oder Durch Neueingabe der Koordinaten von A,B, C,D.**

$\mathbf{kosfix}:=\mathbf{kos}(0) \blacktriangleright 3$

$\mathbf{kgrenz}(x):=\frac{d}{dx}(\mathbf{kos}(x)) \blacktriangleright \textit{Fertig}$ $\mathbf{kgrenz}(x) \blacktriangleright \frac{4\cdot x^2}{35}-\frac{4\cdot x}{5}+\frac{173}{105}$ Grenzkosten

$\mathbf{kv}(x):=\mathbf{kos}(x)-\mathbf{kosfix} \blacktriangleright \textit{Fertig}$ $\mathbf{kv}(x) \blacktriangleright \frac{4\cdot x^3}{105}-\frac{2\cdot x^2}{5}+\frac{173\cdot x}{105}$ Variable Kosten

Stückkosten

$\mathbf{st}(x):=\frac{\mathbf{kos}(x)}{x} \blacktriangleright \textit{Fertig}$ $\mathbf{st}(x) \blacktriangleright \frac{4\cdot x^3-42\cdot x^2+173\cdot x+315}{105\cdot x}$

1.4

variable Stückkosten

$\mathbf{stv}(x):=\frac{\mathbf{kv}(x)}{x} \blacktriangleright \textit{Fertig}$ $\mathbf{stv}(x) \blacktriangleright \frac{4\cdot x^2-42\cdot x+173}{105}$

Weitere Berechnungen

$\mathbf{bmi}:=\text{zeros}(\text{kgrenz}(x)-\mathbf{stv}(x),x) \blacktriangleright \left\{0,\frac{21}{4}\right\}$ $\mathbf{bmin}:=\mathbf{bmi}[2] \blacktriangleright 5.25$

Betriebsminimum

$\text{bma}:=\text{zeros}(\text{kgrenz}(x)-\mathbf{st}(x),x) \blacktriangleright \{6.25605\}$ $\mathbf{bmax}:=\mathbf{bma}[1] \blacktriangleright 6.25605$

Betriebsmaximum

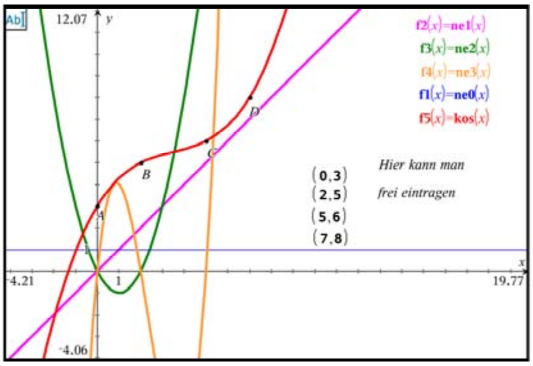
$\mathbf{kpug}:=\mathbf{stv}(\mathbf{bmin}) \blacktriangleright 0.597619$ $\mathbf{kpug} \blacktriangleright 0.597619$ kurzfristige Preisuntergrenze

$\mathbf{lpug}:=\mathbf{st}(\mathbf{bmax}) \blacktriangleright 1.11571$ langfristige Preisuntergrenze

Ziehe im Graph–Fenster etwas an D (oder den anderen Punkten und beobachte, wie sehr sich die eben genannten Wirtschaftsgrößen ändern.

Das letzte Graph–Fenster erläutert nur das Konzept der Newton–Interpolation.

1.5



1.6