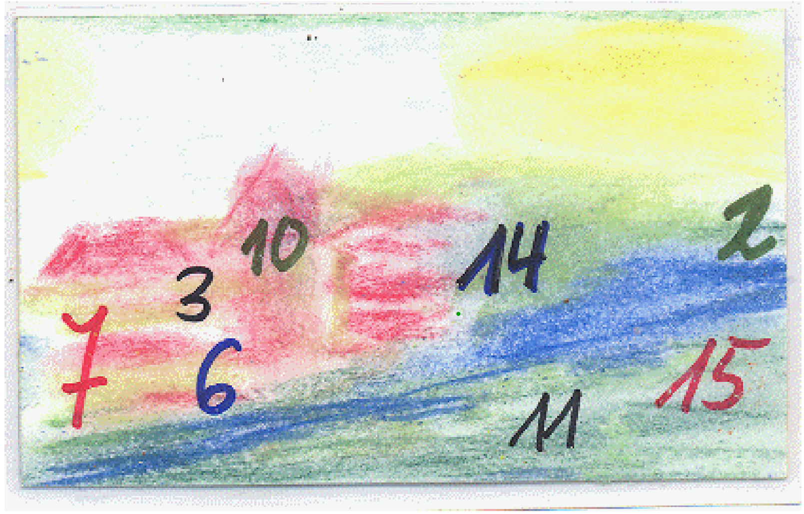
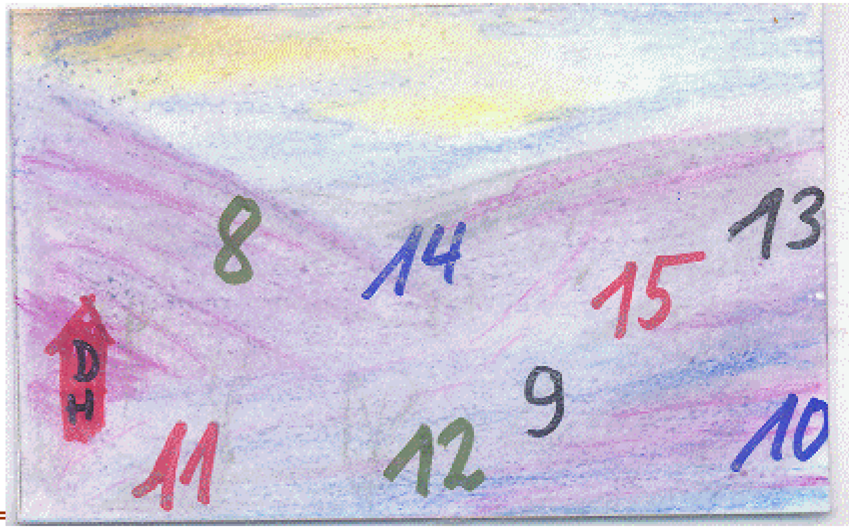
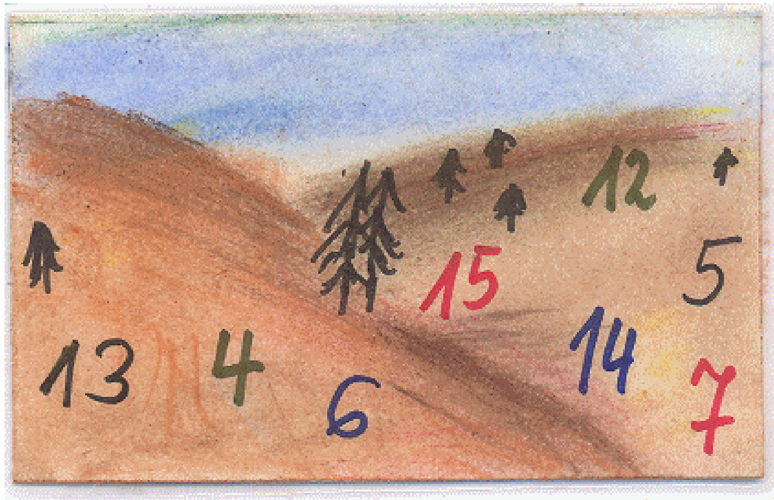
# Bitte acht Bit für ein Byte

## oder warum funktioniert der Computer

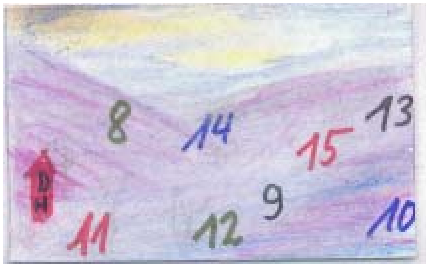



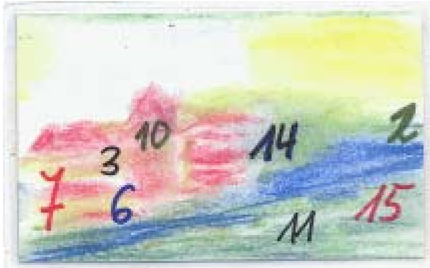



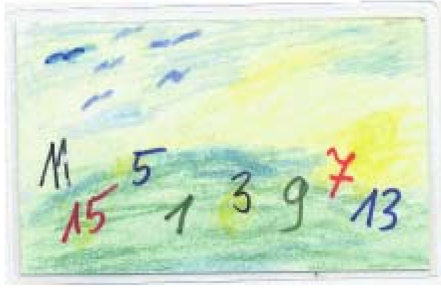



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus

# Der Zahlen-Hellseher





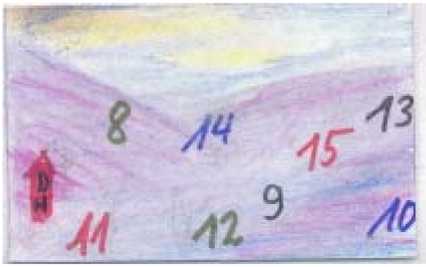



Ich denke mir eine Zahl, die ist abgebildet auf

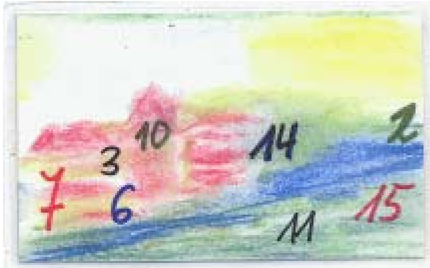
Winter, Herbst und Frühling.

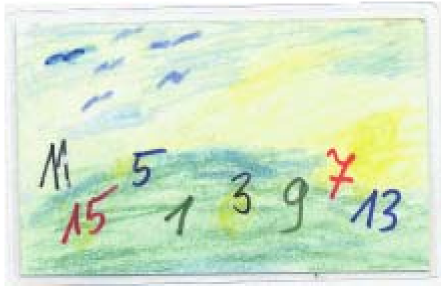
Es ist die 13

# Der Zahlen-Hellseher

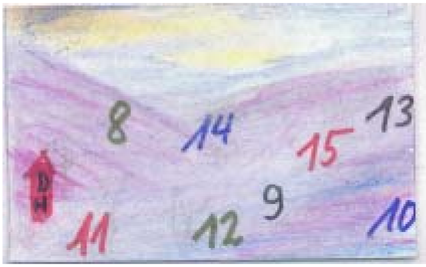


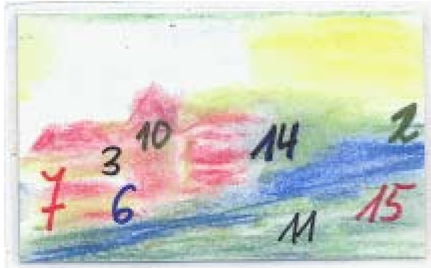


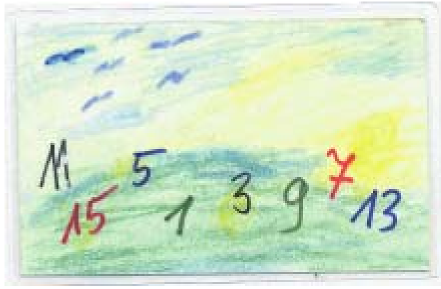


# Der Zahlen-Hellseher







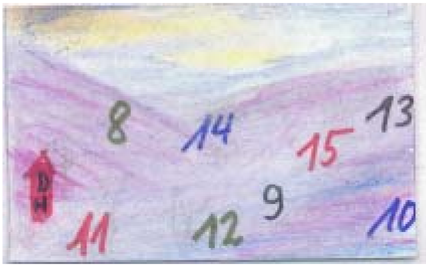

Ich denke mir eine Zahl, die ist abgebildet auf

Winter, Herbst und Frühling.

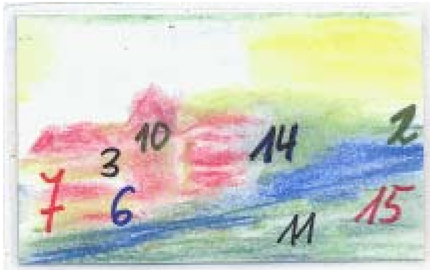
| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 8 | + 4 | | + 1 |

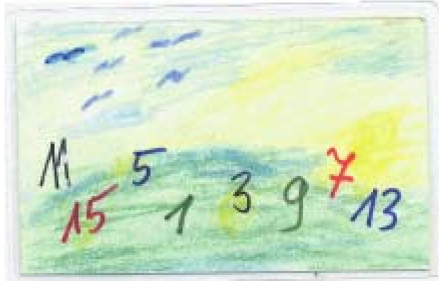
Es ist die 13

# Der Zahlen-Hellseher







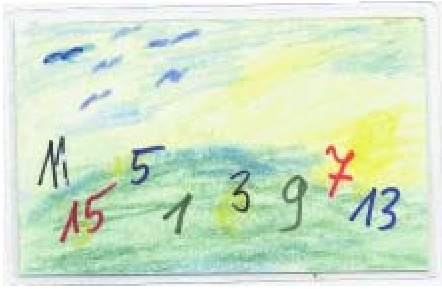



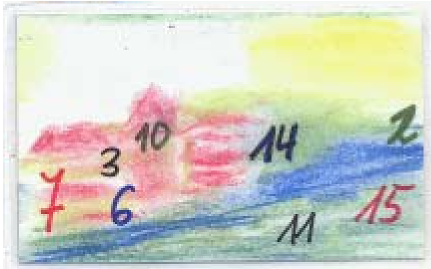

| | | | | dezimal |
|---|---|---|---|---|
| | | | 1 | 1 |
| | | 1 | 0 | 2 |
| | | 1 | 1 | 3 |
| | 1 | 0 | 0 | 4 |
| | 1 | 0 | 1 | 5 |
| | 1 | 1 | 0 | 6 |
| | 1 | 1 | 1 | 7 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 8 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 9 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 10 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 11 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 12 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 13 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 14 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 15 |

# Der Zahlen-Hellseher

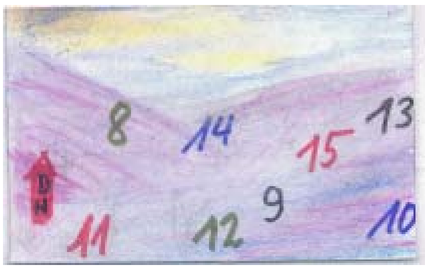
Prof. Dr. Dörte Haftendorn,
Universität Lüneburg,
16. Dezember 2005

Mathix ist der Hellseher.
Mathilde soll sich eine Zahl
denken von 1 bis 15. (einschließlich)
Dann soll sie auf alle Karten zeigen,
auf denen ihre Zahl steht
.
Mathix sagt ihr dann nach kurzem Überlegen, welche Zahl sie sich gedacht hat.
Mathilde will herausbekommen wie Mathix das macht.
Einige Zahlen kommen nur auf einer einzigen Karte vor. Die sind der Schlüssel zur Lösung.








Mathilde macht eine Liste mit 4 Spalten für die 4 Karten, die oberste schreibt sie rechts hin.
Dann trägt sie von 1 bis 15 darunter Kreuzchen ein, wenn die Zahl auf der Karte vorkommt, kommt sie nicht vor, trägt sie eine Null ein.
Jetzt geht ihr ein Licht auf!
Da sind die Zahlen dargestellt im Zweiersystem.
Auch ohne diesen Hintergrund geht es:
Die 10 z.B. ist auf der 2-Karte und auf der 8-Karte und sonst nirgends.

Wenn Mathide also auf diese beiden Karten zeigt, rechnet Mathix
2+8=10 und weiß Mathildes Zahl.
Für die Erzählung von diesem Spiel aus ihrer Kinderzeit danke ich Prof. Dr. Ruwisch.

www.berendsohn.com

| | | | |
|---|---|---|---|
| 32 | 33 | 34 | 35 |
| 36 | 37 | 38 | 39 |
| 40 | 41 | 42 | 43 |
| 44 | 45 | 46 | 47 |
| 48 | 49 | 50 | 51 |
| 52 | 53 | 54 | 55 |
| 56 | 57 | 58 | 59 |
| 60 | 61 | 62 | 63 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 16 | 17 | 18 | 19 |
| 20 | 21 | 22 | 23 |
| 24 | 25 | 26 | 27 |
| 28 | 29 | 30 | 31 |
| 48 | 49 | 50 | 51 |
| 52 | 53 | 54 | 55 |
| 56 | 57 | 58 | 59 |
| 60 | 61 | 62 | 63 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8 | 9 | 10 | 11 |
| 12 | 13 | 14 | 15 |
| 24 | 25 | 26 | 27 |
| 28 | 29 | 30 | 31 |
| 40 | 41 | 42 | 43 |
| 44 | 45 | 46 | 47 |
| 56 | 57 | 58 | 59 |
| 60 | 61 | 62 | 63 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 | 5 | 6 | 7 |
| 12 | 13 | 14 | 15 |
| 20 | 21 | 22 | 23 |
| 28 | 29 | 30 | 31 |
| 36 | 37 | 38 | 39 |
| 44 | 45 | 46 | 47 |
| 52 | 53 | 54 | 55 |
| 60 | 61 | 62 | 63 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 6 | 7 |
| 10 | 11 | 14 | 15 |
| 18 | 19 | 22 | 23 |
| 26 | 27 | 30 | 31 |
| 34 | 35 | 38 | 39 |
| 42 | 43 | 46 | 47 |
| 50 | 51 | 54 | 55 |
| 58 | 59 | 62 | 63 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 5 | 7 |
| 9 | 11 | 13 | 15 |
| 17 | 19 | 21 | 23 |
| 25 | 27 | 29 | 31 |
| 33 | 35 | 37 | 39 |
| 41 | 43 | 45 | 47 |
| 49 | 51 | 53 | 55 |
| 57 | 59 | 61 | 63 |

# Dualzahlen im Computer

0 101 0010 0001 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

So sieht eine Kommazahl in unserem Computer aus.

Vorzeichenbit

64 Bit

11 Bit für den Exponenten

1 Bit = Informationsatom, Platz für 0 oder 1


1 Byte = 8 Bit

8 Byte für eine Kommazahl

# Binärsystem, Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Grundbedeutung:

Das Binärsytem ist ein Stellenwertsystem zur Basis 2.

Jede Stelle hat den Wert einer Zweierpotenz

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| 2^5 | 2^4 | 2^3 | 2^2 | 2^1 | 2^0 | |
| 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 | |
| 32 | | 8 | | 2 | | 42 |

# Binärsystem, Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Grundbedeutung:

Das Binärsytem ist ein Stellenwertsystem zur Basis 2.

Jede Stelle hat den Wert einer Zweierpotenz

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| 2^5 | 2^4 | 2^3 | 2^2 | 2^1 | 2^0 | |
| 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 | |
| 32 | | 8 | | 2 | | 42 |

1 0 1 0 1 0 1

# Binärsystem. Dualzahlen

0 101 0010 0001 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Grundbedeutung:

Das Binärsytem ist ein Stellenwertsystem zur Basis 2.

Jede Stelle hat den Wert einer Zweierpotenz

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| 2^5 | 2^4 | 2^3 | 2^2 | 2^1 | 2^0 | |
| 32 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 | |
| 32 | | 8 | | 2 | | 42 |

1 0 1 0 1 0 1

64 +16 +4 +1 = 85

1 0 1 0 1 0 0 = 42·2

# Binärsystem, Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111 |

Double-Daddel-Methode

85

nun Sie:

99

# Binärsystem, Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

## Double-Daddel-Methode

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 4 | | 20 | | 84 |
| 1 | 2 | 5 | 10 | 21 | 42 | 85 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

nun Sie:

99

# Binärsystem, Dualzahlen

0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Double-Daddel-Methode

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 4 | | 20 | | 84 |
| 1 | 2 | 5 | 10 | 21 | 42 | 85 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |

nun Sie:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | 48 | 98 |
| 1 | 3 | 6 | 12 | 24 | 49 | 99 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus

# Binärsystem, Dualzahlen

0 101 0010 0001 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Dubbel-Daddel-Methode anders herum

101 0 0 1 0

# Binärsystem. Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Dubbel-Daddel-Methode anders herum

1010010          10011010

1 2 4 10 20 40 82

5      41

# Binärsystem. Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Dubbel-Daddel-Methode anders herum

1 0 1 0 0 1 0

1 2 4 10 20 40 82

5 41

1 0 0 1 1 0 1 0

1 2 4 8 18 38 76 154

9 19 77

# Binärsystem, Rechnen mit Dualzahlen

| | | |
|---|---|---|
| 0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111 |

Addition in Binärsystem

$$\begin{array}{r} 1011 \\ +\ \ 101 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1101 \\ +\ \ 101 \end{array}$$

Multiplikation in Binärsystem

$$\begin{array}{r} 413 \cdot 27 \\ \hline 826 \\ 2891 \\ \hline 11151 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1101 \cdot 101 \\ \hline \end{array}$$

# Binärsystem, Rechnen mit Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Addition in Binärsystem

$$\begin{array}{r} 1011 \\ +\ 101 \\ \hline 10000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1101 \\ +\ 101 \\ \hline 10010 \end{array}$$

Multiplikation in Binärsystem

$$\begin{array}{r} 1101 \cdot 101 \\ \hline 1101\phantom{00} \\ 0\phantom{0} \\ 1101 \\ \hline 1000001 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 413 \cdot 27 \\ \hline 826\phantom{0} \\ 2891 \\ \hline 11151 \end{array}$$

# Binärsystem, Dualzahlen

| | | |
|---|---|---|
| 0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111 |

Multiplikation in Binärsystem

$\underline{1101110 \cdot 10011}$

# Binärsystem, Dualzahlen

| | | |
|---|---|---|
| 0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111 |

Multiplikation in Binärsystem

1101 · 101
110100
1101
1000001

1101110 · 10011
110111000
1101110
1101110
100000101010
2

# Das geht ja ganz ohne Kopfrechnen!!!

# Eben: Computer sind ja auch dumm.

# Binärsystem und Hexadezimalsystem

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Jeder Viererblock wird in eine Hex-Ziffer übersetzt

1 1 0 0 1 1 1 0 1

0,1,2,...9,A,B,C,D,E,F

10=A=IOIO

11=B=IOII

12=C=IIOO

13=D=IIOI

14=E=IIIO

15=F=IIII

# Binärsystem und Hexadezimalsystem

$$0\ \boxed{101\ 0010\ 0001}\ \boxed{0001\ \ 0001\ 1111\ \overbrace{1110}^{E}\ \overbrace{1001}^{9}\ 1010\ \overbrace{1111}^{F}\ 1000\ 1111\ \ 0000\ 1111\ \overbrace{1010}^{A}\ 1111}$$

Jeder Viererblock wird in eine Hex-Ziffer übersetzt

1,2,...9,A,B,C,D,E,F

10=A=IOIO

11=B=IOII

12=C=IIOO

13=D=IIOI

14=E=IIIO

15=F=IIII

$$\underset{1}{1}\ \underbrace{1\ 0\ 0\ 1}_{9}\ \underbrace{1\ 1\ 0\ 1}_{D}$$

$$+1\cdot 16^2+9\cdot 16 \quad + \quad 13 = 413$$

# Binärsystem, Dualzahlen

Jeder Platz ist ein „Bit“, acht Bit sind in „Byte“

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

F 8 F 0 F A F

Übung

111101010110

Bin-
Hex- und Dez
Übung

# Binärsystem, Dualzahlen

Jeder Platz ist ein „Bit“, acht Bit sind in „Byte“

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Übung

F 8 F 0 F A F

111101010110

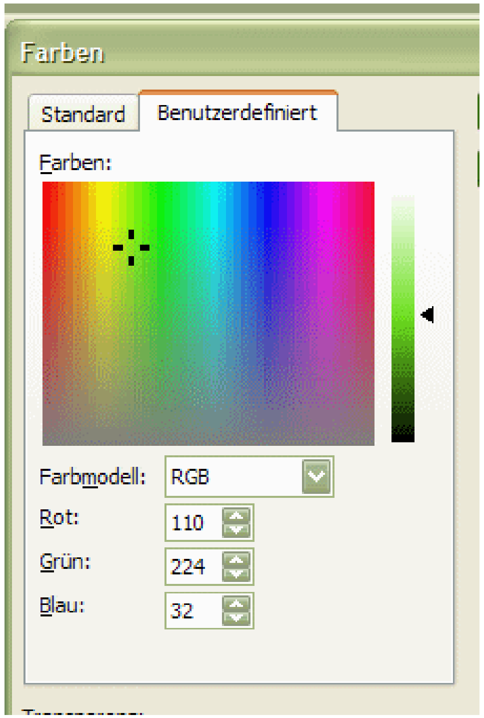
F 5 6

$15\cdot 16^2 + 5\cdot 16 + 6 = 3926$

Bin-
Hex und Dez
Übung

1 3 7 15 30 61 122 245 490 981 1963 $\underline{\underline{3926}}$

1 1 1 1 0 1 0 1 0 1 1 0

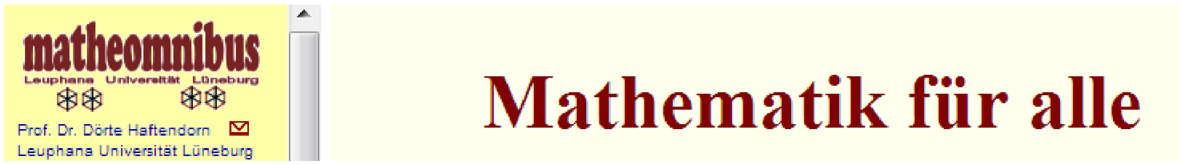



# Farben

Rot 153, Grün 204, Blau 0

\# 99  CC  00

```
<body bgcolor="ffffee">
```

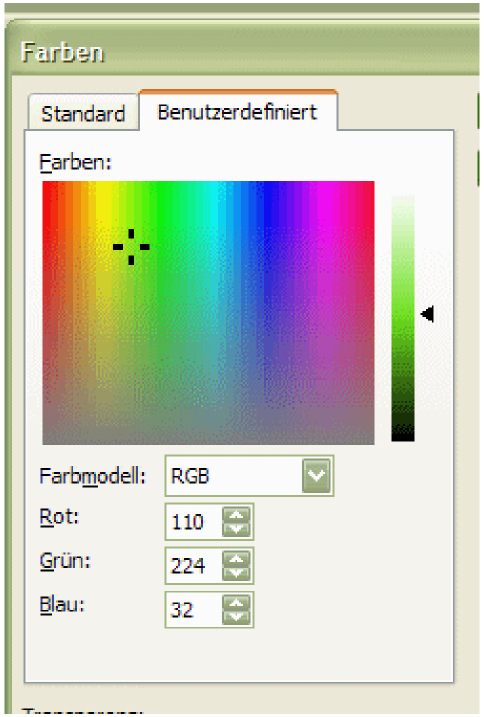



```
color="#800000"><b>Mathematik f&uuml;r alle</b><
omnibus-leu.gif" width="312" height="127" alt=""
```

Rot: Hex 80=8*16=128,  Grün 0, Blau 0

In Html werden die Farben hexadezimal angegeben

mit zwei Ziffern pro Farbe. FF ist also maximal möglich.




# Farben

FF=255

#FFFFFF

Weiße Farbe

256 Möglichkeiten pro Farbe

für jede Farbe 1 Byte= 3 Byte pro Pixel

$$256^3 = 16777216 \approx 16\,Mill.$$

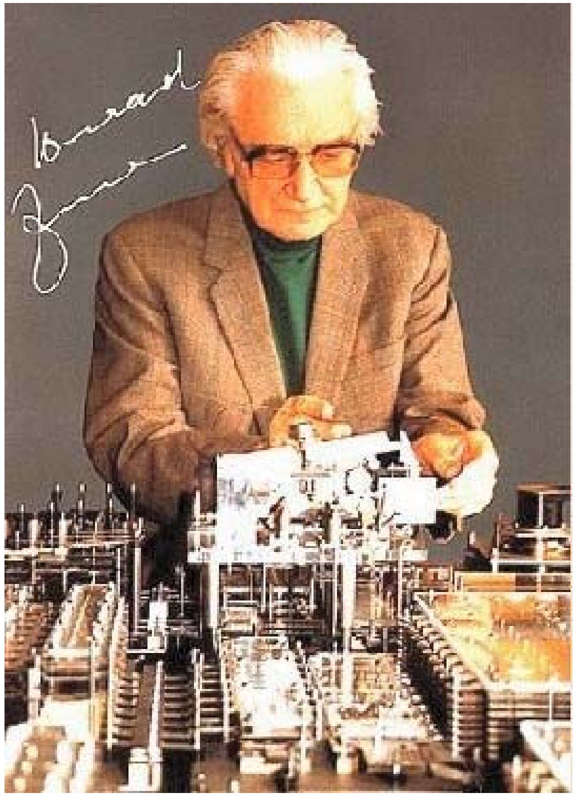
Farb-Möglichkeiten

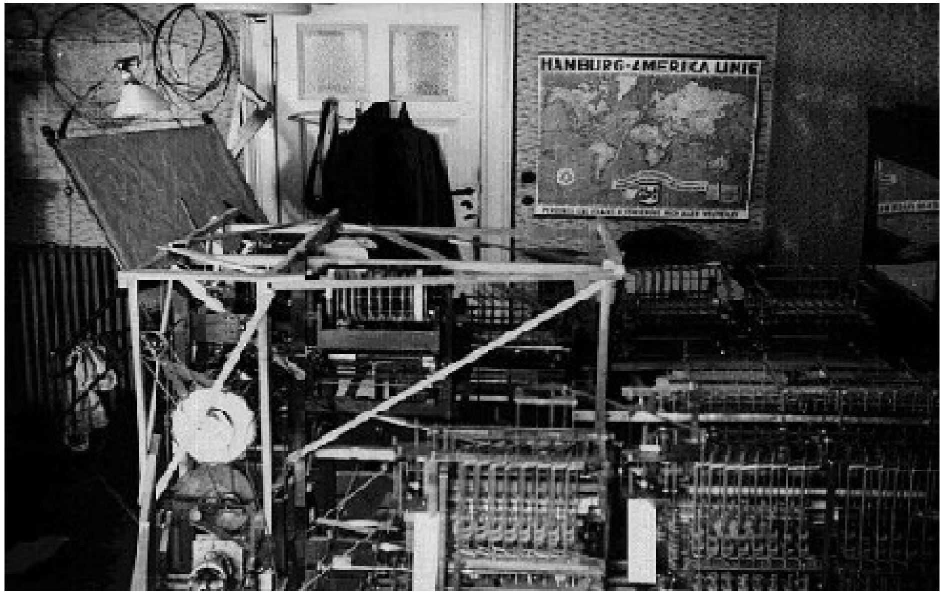
# Werkzeuge für die Mathematik

# Werkzeuge für die Mathematik

Konrad Zuse

1910-1995






Z1  von Zuse 1936

www.zuse.de

erster frei programmierbare

Computer,

Zuse 1986 mit einem Nachbau

# Werkzeuge für die Mathematik

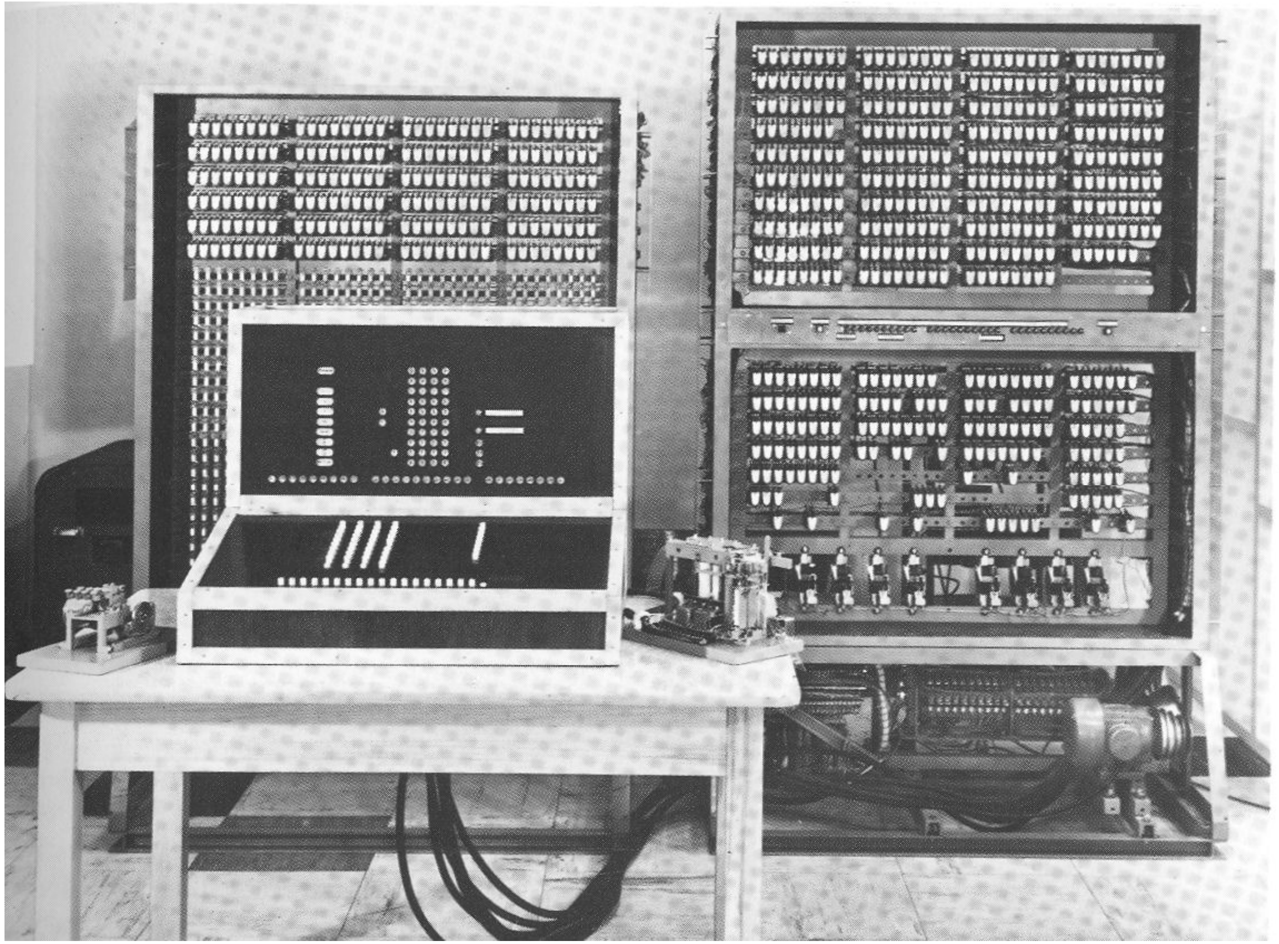


**Bild 40**
**ZUSE Z 3, das erste betriebsfähige programmgesteuerte Rechengerät der Welt, fertiggestellt 1941. Rekonstruktion**

Zuse Z3

Elektronisch mit

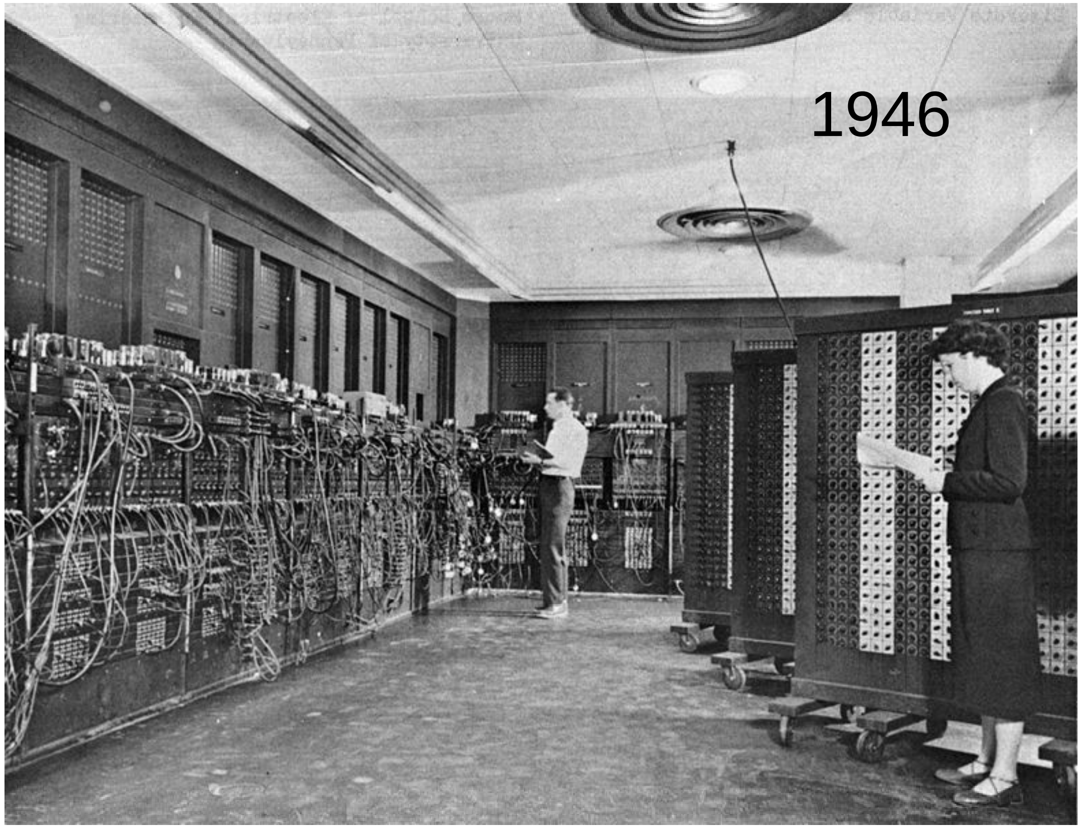
Relais

1941

der erste funktionsfähige, frei programmierbare, auf dem binären Zahlensystem (Gleitkommazahlen) und der binären Schaltungstechnik basierende Rechner der Welt.

# Werkzeuge für die Mathematik

Der **Electronic Numerical Integrator and Computer** (ENIAC) war der erste rein elektronische Universalrechner.




Der ENIAC bestand aus 40 parallel arbeitenden Komponenten, von denen jede 60 cm breit, 270 cm hoch und 70 cm tief war. Die komplette Anlage war in U-Form aufgebaut, beanspruchte eine Fläche von 10 m × 17 m und wog 27 Tonnen. Er bestand aus 17.468 Elektronenröhren, 7.200 Dioden, 1.500 Relais, 70.000 Widerständen und 10.000 Kondensatoren. Die Leistungsaufnahme lag bei 174 kW. Der Bau des ENIAC kostete 468.000 US-$ – ein Betrag, der nur aufgrund des hohen Bedarfs an Rechenleistung seitens der US-Armee zur Verfügung stand (entspricht einem heutigen Wert von ungefähr 6.360.000 US-$).[2] Im Vergleich zu seinen Vorgängern beeindruckt der ENIAC schon durch seine schiere Größe.

Wikipedia->Eniac

# Werkzeuge für die Mathematik

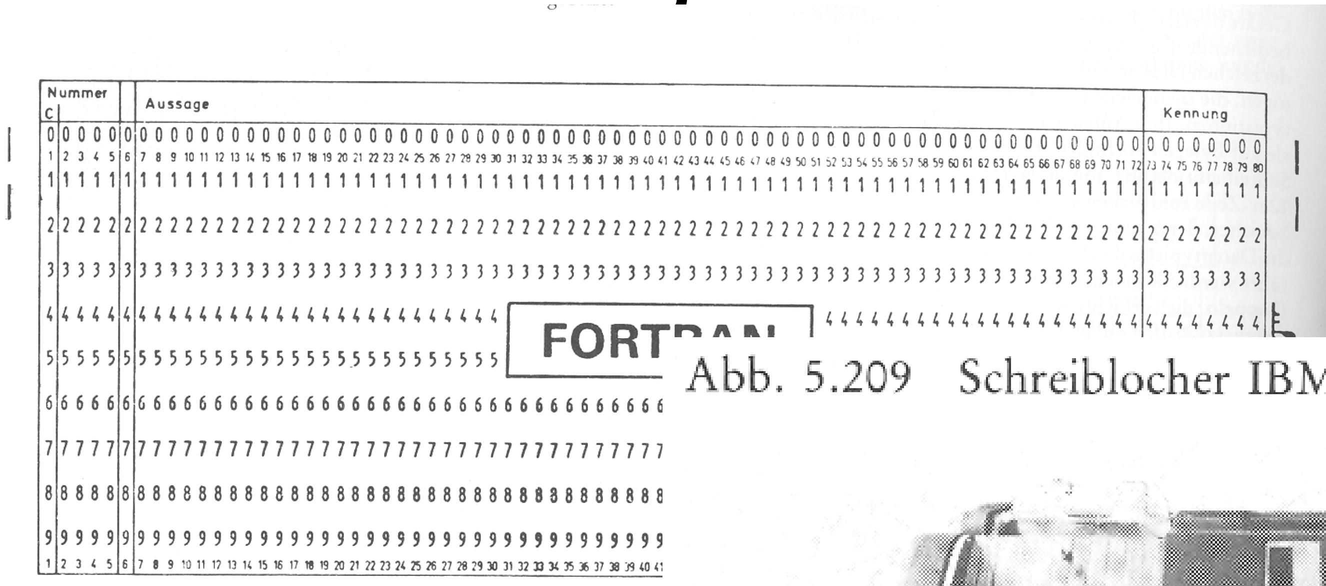
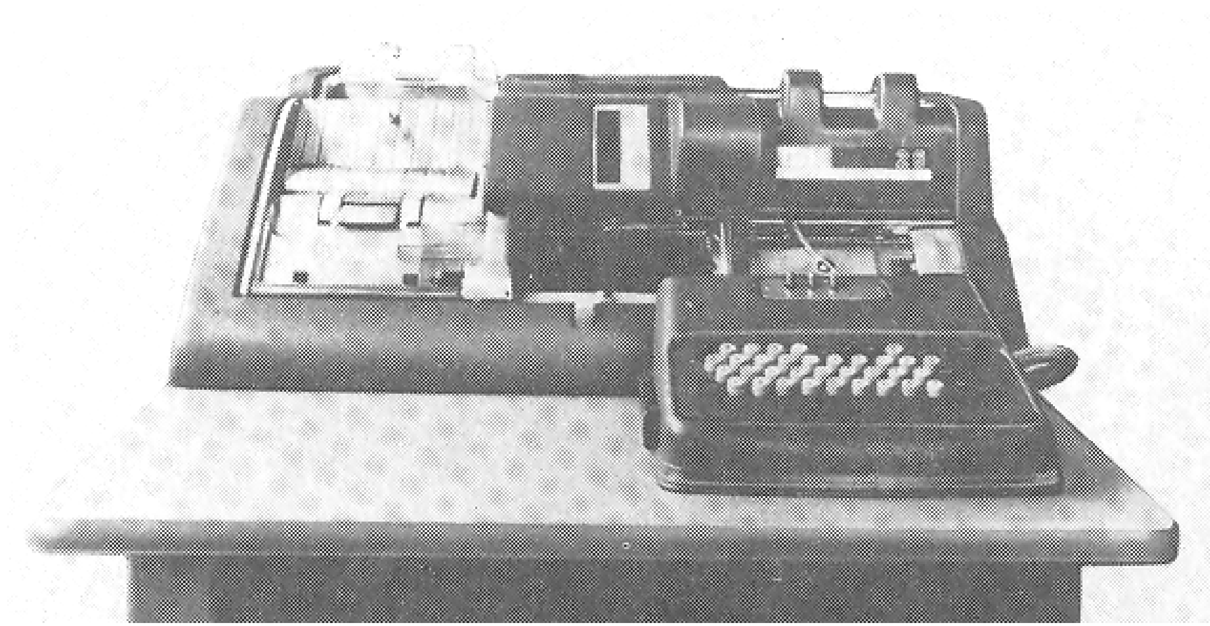



Abb. 5.208 FORTRAN-Source-Card

Abb. 5.209 Schreiblocher IBM 26



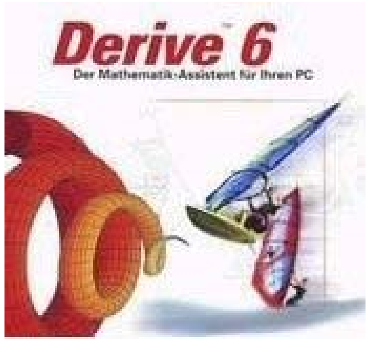
1972 Technische Uni Hannover

# Werkzeuge für die Mathematik

1973 Erste Taschenrechner bei uns

Etwa 1979 erste Computer mit Bildschirm bei uns

1989 Erste PCs an Schulen, Mathematica, Derive




Derive

Nicht mehr da, jetzt
TI-Nspire CAS

CAS   Computer-Algebra-Systeme

# Werkzeuge für die Mathematik

1973 Erste Taschenrechner bei uns

Etwa 1979 erste Computer mit Bildschirm bei uns

1989 Erste PCs an Schulen, Mathematica, Derive


Mathematica 8

wxMaxima

Frei verfügbar


Derive

Nicht mehr da, jetzt TI-Nspire CAS

CAS   Computer-Algebra-Systeme

MuPAD

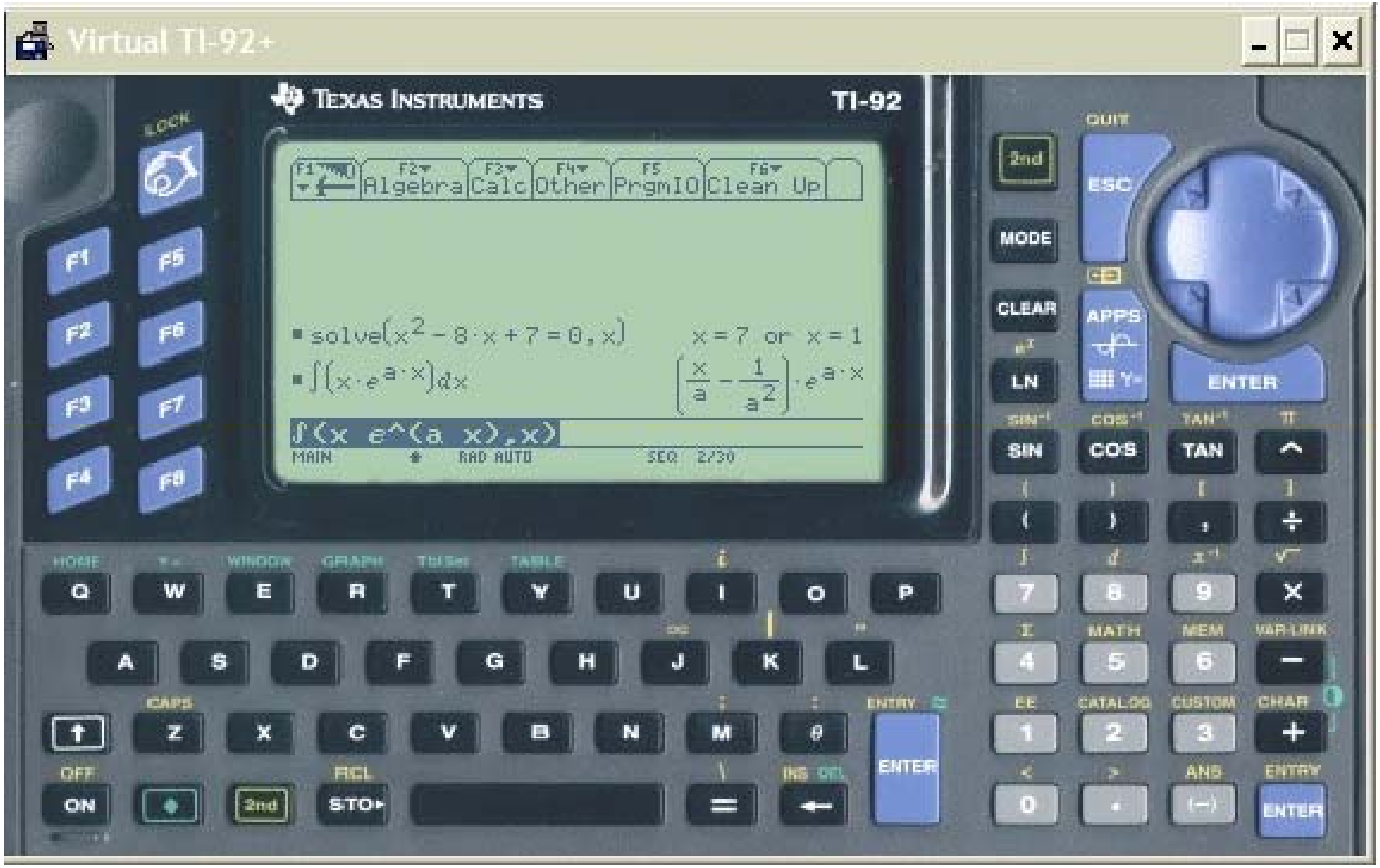
Nicht mehr da

Bei GeoGebra

ist ein CAS schon als

Beta-Version da

# Werkzeuge für die Mathematik




Mitte der 90-iger Jahre ( 1995 bei uns)


# Werkzeuge für die Mathematik

TI Nspire CAS 2007-2013…

Welche der Kurven berührt die x−Achse?

$$\text{solve}\left(\frac{d}{dx}(\mathbf{f}(x))=0,x\right)$$

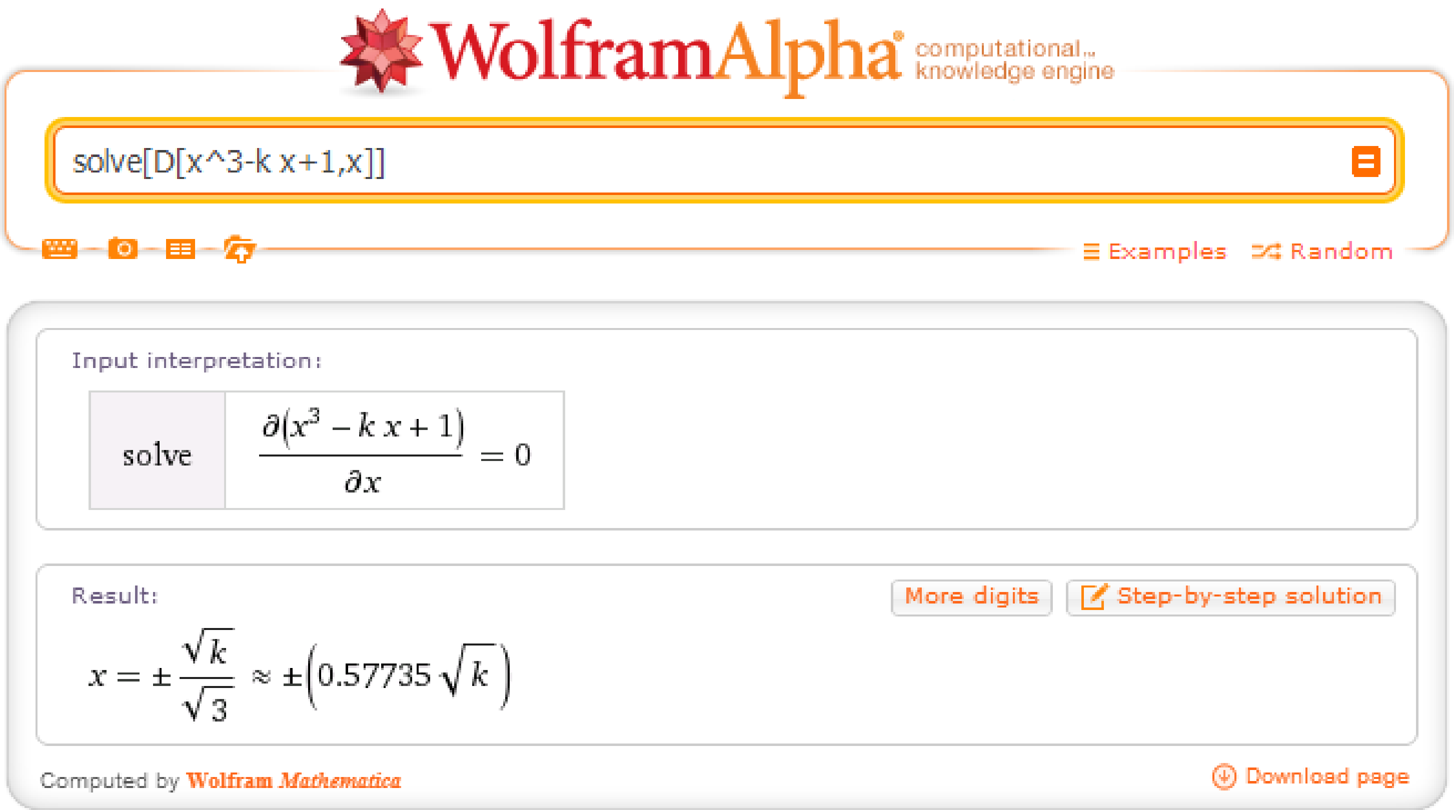
$$\blacktriangleright\ x=\frac{\sqrt{3\cdot k}}{3} \text{ and } k\geq 0 \text{ or } x=\frac{-\sqrt{3\cdot k}}{3} \text{ and } k\geq 0$$

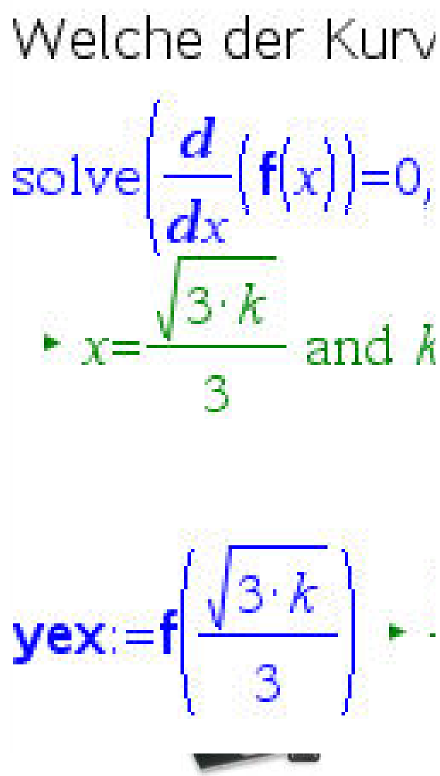
$$\mathbf{yex}:=\mathbf{f}\left(\frac{\sqrt{3\cdot k}}{3}\right)\ \blacktriangleright\ \frac{2\cdot k^{\frac{3}{2}}\cdot\sqrt{3}}{9}-1$$

# Werkzeuge für die Mathematik

Freies Tool im Web, auch für Smartphone + Co

www.wolframalpha.com



# Werkzeuge für die Mathematik

- TR  einfache Taschenrechner
- GTR graphikfähige Taschenrechner
- CAS-TR Computer-Algebra-fähige

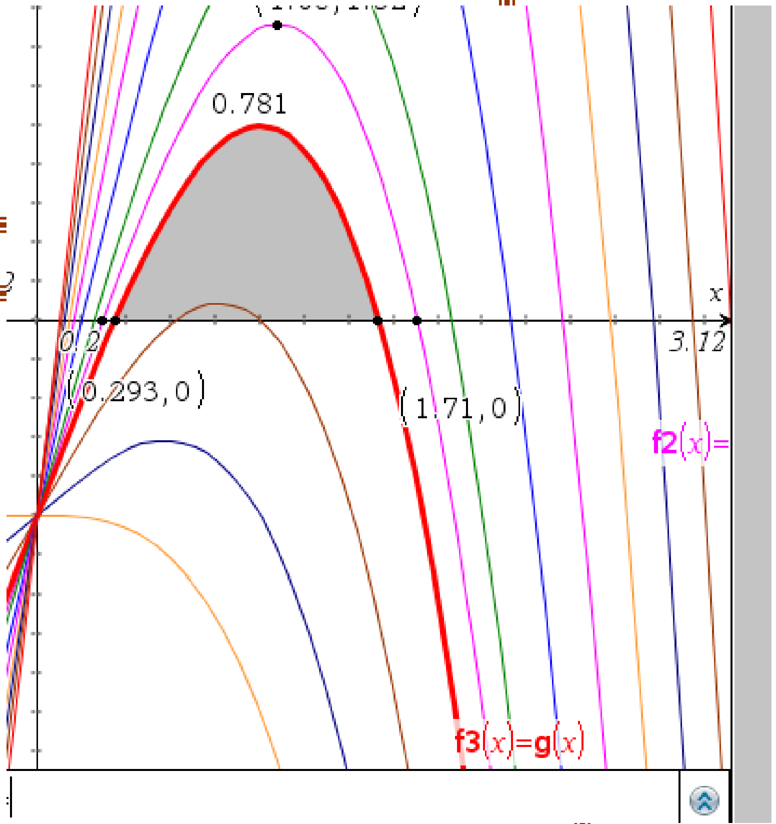
  Taschenrechner

Software, gegliedert nach

- Numerisch-basierten Werkzeugen
- Graphischen Unterstützungen

  (sind auch auch numerisch)

- CAS Computer-Algebra-Systemen



# Werkzeuge für die Mathematik

Software

- Numerisch-basierte Werkzeuge
  - Tabellenkalkulationen, Statistik-Tools
  - Numerische Mathe-Tools (Mathe-Ass, Winfunktion, Turboplot, ... (können auch Funktionsgraphen zeichen)
  - CAM Computer Aided Manufactoring
- Graphische Unterstützungen (sind auch numerisch)
  - DGS= Dynamische Geometriesysteme, GeoGebra, Euklid-Dynageo….
  - CAD Computer Aided  Design
  - Darstellungssoftware (für Virtuelle Welten. Küchenplaner, . ..)
- CAS Computer-Algebra-Systeme

# Werkzeuge für die Mathematik

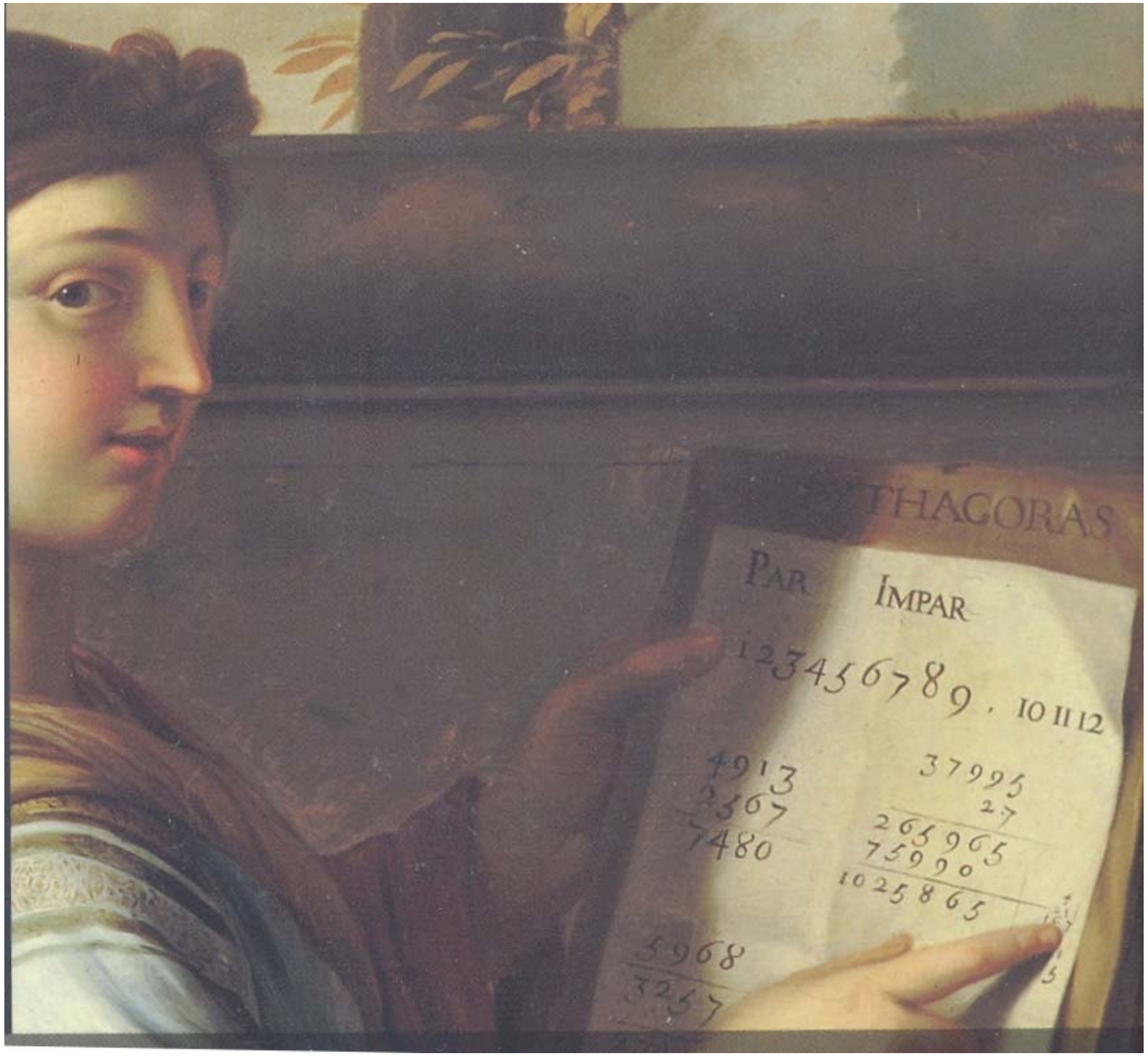
Software ...

- DMS Dynamische Mathematiksysteme (GeoGebra)
  - für Analysis, für Geometrie und etwas CAS
  - MatLab ....(hat jetzt (seit2009) MuPAD integriert)


- CAS Computer-Algebra-Systeme
  - Maxima, wxMaxima, free
  - TI-Nspire-CAS (ehemals Derive) u.a.
  - Mathematica www.mathematica.com
  - Maple www.maplesoft.com,
  - MuPAD (Jetzt Symbolic Toolbox bei MathWorks)

Kapitel 8

# Werkzeuge für die Mathematik




Rechnen-
können
reicht
nicht
mehr!