

Bitte acht Bit für ein Byte oder warum funktioniert der Computer



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Der Zahlen-Hellseher



Ich denke mir eine Zahl, die ist abgebildet auf
Winter, Herbst und Frühling.

Es ist die 13

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Der Zahlen-Hellseher



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Der Zahlen-Hellseher



Ich denke mir eine Zahl, die ist abgebildet auf
Winter, Herbst und Frühling.

$$1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \\ 8 \quad + \quad 4 \quad + \quad 1$$

Es ist die 13

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Der Zahlen-Hellseher

				1	→	1	dezimal
				1	→	0	→ 2
				1	→	1	→ 3
				1	→	0	→ 4
				1	→	1	→ 5
				1	→	0	→ 6
				1	→	1	→ 7
				1	→	0	→ 8
				1	→	1	→ 9
1				0	→	1	→ 10
1				0	→	1	→ 11
1				1	→	0	→ 12
1				1	→	1	→ 13
1				1	→	0	→ 14
1				1	→	1	→ 15

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Der Zahlen-Hellseher

Prof. Dr. Dörte Haftendorn,
Universität Lüneburg,
16. Dezember 2005

Mathix ist der Hellseher.
Mathilde soll sich eine Zahl
denken von 1 bis 15. (einschließlich)
Dann soll sie auf alle Karten zeigen,
auf denen ihre Zahl steht

Mathix sagt ihr dann nach kurzem
Überlegen, welche Zahl sie sich
gedacht hat.

Mathilde will herausbekommen wie
Mathix das macht.

Einige Zahlen kommen nur auf einer
einzigsten Karte vor. Die sind der
Schlüssel zur Lösung.



Mathilde macht eine Liste mit 4 Spalten
für die 4 Karten, die oberste schreibt
sie rechts hin.

Dann trägt sie von 1 bis 15 darunter
Kreuzchen ein, wenn die Zahl auf der
Karte vorkommt, kommt sie nicht vor,
trägt sie eine Null ein.

Jetzt geht ihr ein Licht auf!

Da sind die Zahlen dargestellt im
Zweiersystem.

Auch ohne diesen Hintergrund geht es:
Die 10 z.B. ist auf der 2-Karte und auf
der 8-Karte und sonst nirgends.

Wenn Mathilde also auf diese beiden
Karten zeigt, rechnet Mathix
2+8=10 und weiß Mathildes Zahl.

Für die Erzählung von diesem Spiel
aus ihrer Kinderzeit danke ich Prof. Dr.
Ruwich.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

www.berendsohn.com

32	33	34	35	16	17	18	19	8	9	10	11	4	5	6	7	2	3	6	7	1	3	5	7
36	37	38	39	20	21	22	23	12	13	14	15	12	13	14	15	10	11	14	15	9	11	13	15
40	41	42	43	24	25	26	27	24	25	26	27	20	21	22	23	18	19	22	23	17	19	21	23
44	45	46	47	28	29	30	31	28	29	30	31	28	29	30	31	26	27	30	31	25	27	29	31
48	49	50	51	48	49	50	51	40	41	42	43	36	37	38	39	34	35	38	39	33	35	37	39
52	53	54	55	52	53	54	55	44	45	46	47	44	45	46	47	42	43	46	47	41	43	45	47
56	57	58	59	56	57	58	59	56	57	58	59	52	53	54	55	50	51	54	55	49	51	53	55
60	61	62	63	60	61	62	63	60	61	62	63	60	61	62	63	58	59	62	63	57	59	61	63

7
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Dualzahlen im Computer

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

↑ So sieht eine Kommazahl in unserem Computer aus.

Vorzeichenbit

11 Bit für den Exponenten

1 Bit = Informationsatom, Platz für 0 oder 1

64 Bit

1 Byte = 8 Bit

8 Byte für eine Kommazahl

8
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Binärsystem. Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Grundbedeutung:
Das Binärsystem ist ein Stellenwertsystem zur Basis 2.
Jede Stelle hat den Wert einer Zweierpotenz

1	0	1	0	1	0	
2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
32	16	8	4	2	1	
32		8		2		42

9
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Binärsystem. Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Grundbedeutung:
Das Binärsystem ist ein Stellenwertsystem zur Basis 2.
Jede Stelle hat den Wert einer Zweierpotenz

1	0	1	0	1	0	
2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
32	16	8	4	2	1	
32		8		2		42

1 0 1 0 1 0 1

10
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Binärsystem. Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Grundbedeutung:
Das Binärsystem ist ein Stellenwertsystem zur Basis 2.
Jede Stelle hat den Wert einer Zweierpotenz

1	0	1	0	1	0	
2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
32	16	8	4	2	1	
32		8		2		42

1 0 1 0 1 0 1

64 + 16 + 4 + 1 = 85

1 0 1 0 1 0 0 = 42

11
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Binärsystem. Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Double-Daddel-Methode

85

mm Sie:

gg

12
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Binärsystem. Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Double-Daddel-Methode

		4		20		84
1	2	5	10	21	42	85
1	0	1	0	1	0	1

min Sic: gg

gg

13

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Binärsystem. Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Double-Daddel-Methode

		4		20		84
1	2	5	10	21	42	85
1	0	1	0	1	0	1

min Sic: gg

1	3	6	12	24	48	98
1	1	0	0	0	1	1

14

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Binärsystem. Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Dubbel-Daddel-Methode anders herum

1010010

15

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Binärsystem. Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Dubbel-Daddel-Methode anders herum

1010010	10011010
---------	----------

1	2	4	10	20	40	82
		5			41	
→						

16

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Binärsystem. Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Dubbel-Daddel-Methode anders herum

1010010	10011010
---------	----------

1	2	4	10	20	40	82
		5			41	
→						

1	2	4	8	18	38	76	154
				9	19	77	

17

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Binärsystem, Rechnen mit Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Addition in Binärsystem

1011	1101
+ 101	+ 101

Multiplikation in Binärsystem

413 · 27	1101 · 101
826	
8804	
11159	

18

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Binärsystem, Rechnen mit Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Addition in Binärsystem

$$\begin{array}{r} 1011 \\ + 101 \\ \hline 10000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1101 \\ + 101 \\ \hline 10010 \end{array}$$

Multiplikation in Binärsystem

$$\begin{array}{r} 1101 \cdot 101 \\ \hline 1101 \\ 0000 \\ \hline 100001 \end{array}$$

$$413 \cdot 27$$

$$\begin{array}{r} 413 \\ \times 27 \\ \hline 2891 \\ 826 \\ \hline 11151 \end{array}$$

19

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Binärsystem, Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Multiplikation in Binärsystem

$$1101110 \cdot 10011$$

20

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Binärsystem, Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Multiplikation in Binärsystem

$$\begin{array}{r} 1101 \cdot 101 \\ \hline 1101 \\ 0000 \\ \hline 100001 \end{array}$$

$$1101110 \cdot 10011$$

$$\begin{array}{r} 110111000 \\ 1101110 \\ \hline 100000101010 \end{array}$$

Das geht ja ganz ohne Kopfrechnen!!!
Eben: Computer sind ja auch dumm.

21

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Binärsystem und Hexadezimalsystem

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Jeder Viererblock wird in eine Hex-Ziffer übersetzt

0,1,2,...,9,A,B,C,D,E,F

1100 1110 1

- 10=A=IOIO
- 11=B=IOII
- 12=C=II00
- 13=D=II0I
- 14=E=IIIO
- 15=F=IIII



22

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Binärsystem und Hexadezimalsystem

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Jeder Viererblock wird in eine Hex-Ziffer übersetzt

1,2,...,9,A,B,C,D,E,F

- 10=A=IOIO
- 11=B=IOII
- 12=C=II00
- 13=D=II0I
- 14=E=IIIO
- 15=F=IIII

$$\begin{array}{c} 1100 \quad 1110 \quad 1 \\ \underbrace{\hspace{1cm}} \quad \underbrace{\hspace{1cm}} \quad \underbrace{\hspace{1cm}} \\ 1 \quad 9 \quad D \\ +1 \cdot 16^2 + 9 \cdot 16 \quad + 13 = 413 \end{array}$$

23

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Binärsystem, Dualzahlen

Jeder Platz ist ein „Bit“, acht Bit sind in „Byte“

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Übung

$$111101010110$$

F 8 F 0 F A F

Bin-
Hex und Dez
Übung

24

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Binärsystem, Dualzahlen

Jeder Platz ist ein „Bit“, acht Bit sind in „Byte“

0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

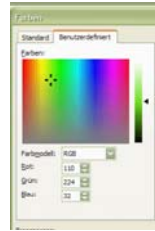
111101010110
 F 1 5 1 6
 $15 \cdot 16^2 + 5 \cdot 16 + 6 = 3926$
 $13 \cdot 7 + 45 + 30 + 6 + 12 + 245 + 490 + 981 + 1963 = 3926$
 111101010110

Übung F 8 F 0 F A F
 Bin-Hex und Dez-Übung



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Farben



Rot 153, Grün 204, Blau 0
 # 99 CC 00
`<body bgcolor="ffffee">`



Mathematik für alle

`color="#800000">Mathematik für alle
`
`omnibus-leu.gif" width="312" height="127" alt=""`

Rot: Hex $80=8 \cdot 16=128$, Grün 0, Blau 0

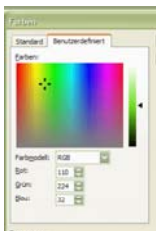
In Html werden die Farben hexadezimal angegeben

mit zwei Ziffern pro Farbe. FF ist also maximal möglich.

26

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Farben



#FFFFFF

FF=255

Weiße Farbe

256 Möglichkeiten pro Farbe

für jede Farbe 1 Byte= 3 Byte pro Pixel

$256^3 = 16777216 \approx 16 \text{ Mill.}$

Farb-Möglichkeiten

27

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Werkzeuge für die Mathematik

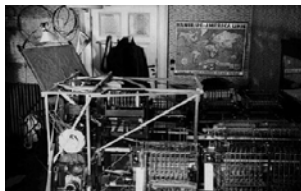


28

Werkzeuge für die Mathematik

Konrad Zuse

1910-1995



Z1 von Zuse 1936 www.zuse.de

erster frei programmierbare

Computer,

Zuse 1986 mit einem Nachbau

29

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Werkzeuge für die Mathematik

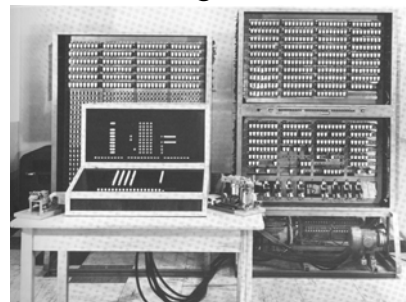


Bild 40
 ZUSE Z 3, das erste
 programmierbare
 Rechengerät der
 Welt, fertiggestellt
 1941. Rekonstruktion

Zuse Z3

Elektronisch mit

Relais

1941

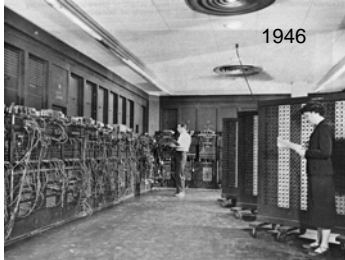
der erste funktionfähige, frei programmierbare, auf dem binären Zahlensystem (Gleitkommazahlen) und der binären Schaltungstechnik basierende Rechner der Welt.

30

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Werkzeuge für die Mathematik

Der **Electronic Numerical Integrator and Computer** (ENIAC) war der erste rein elektronische Universalrechner.



1946

Der ENIAC bestand aus 40 parallel arbeitenden Komponenten, von denen jede 60 cm breit, 270 cm hoch und 70 cm tief war. Die komplette Anlage war in U-Form aufgebaut, beanspruchte eine Fläche von 10 m x 17 m und wog 27 Tonnen. Er bestand aus 17.468 Elektronenröhren, 7.200 Dioden, 1.500 Relais, 70.000 Widerständen und 10.000 Kondensatoren. Die Leistungsaufnahme lag bei 174 kW. Der Bau des ENIAC kostete 468.000 US-\$ – ein Betrag, der nur aufgrund des hohen Bedarfs an Rechenleistung seitens der US-Armee zur Verfügung stand (entspricht einem heutigen Wert von ungefähr 6.360.000 US-\$). Im Vergleich zu seinen Vorgängern beeindruckt der ENIAC schon durch seine schiere Größe.

Wikipedia->Eniac

31

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Werkzeuge für die Mathematik

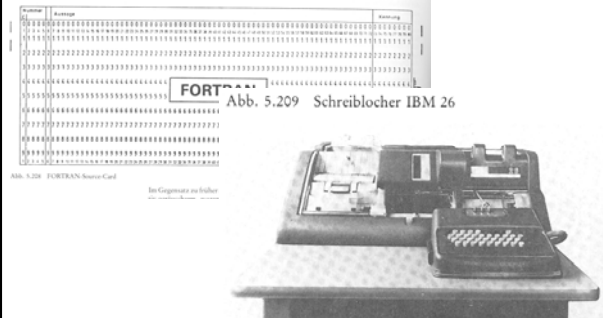


Abb. 5.209 Schreiblocher IBM 26

1972 Technische Uni Hannover

32

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Werkzeuge für die Mathematik

1973 Erste Taschenrechner bei uns

Etwa 1979 erste Computer mit Bildschirm bei uns

1989 Erste PCs an Schulen, Mathematica, Derive



Derive

Nicht mehr da, jetzt TI-Nspire CAS

CAS Computer-Algebra-Systeme

33

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Werkzeuge für die Mathematik

1973 Erste Taschenrechner bei uns

Etwa 1979 erste Computer mit Bildschirm bei uns

1989 Erste PCs an Schulen, Mathematica, Derive



Derive

Nicht mehr da, jetzt TI-Nspire CAS

Frei verfügbar

CAS Computer-Algebra-Systeme

MuPAD

Nicht mehr da

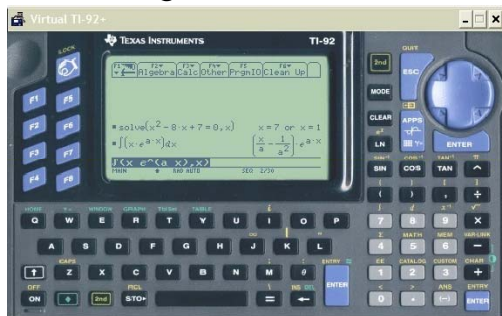
Bei GeoGebra ist ein CAS schon als Beta-Version da



34

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Werkzeuge für die Mathematik



Mitte der 90-iger Jahre (1995 bei uns)

35

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Werkzeuge für die Mathematik

TI Nspire CAS 2007-2013...

Welche der Kurven berührt die x-Achse?

$$\text{solve}\left(\frac{d}{dx}(f(x))=0, x\right)$$

$$\rightarrow x = \frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3} \text{ and } k \geq 0 \text{ or } x = -\frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3} \text{ and } k \geq 0$$

$$y_{ex} = f\left(\frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3}\right) = \frac{2 \cdot k^2 \cdot \sqrt{3}}{9} - 1$$

36

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Werkzeuge für die Mathematik

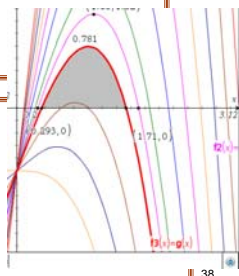
Freies Tool im Web, auch für Smartphone + Co
www.wolframalpha.com

Welche der Kurven
 $\text{solve} \left(\frac{d}{dx} (f(x)) = 0 \right)$
 $\rightarrow x = \frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3}$ and $x = -\frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3}$
 $y_{\text{ex}} = f\left(\frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3}\right)$

37
 Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Werkzeuge für die Mathematik

- TR einfache Taschenrechner
- GTR grafikfähige Taschenrechner
- CAS-TR Computer-Algebra-fähige Taschenrechner



- Software, gegliedert nach
- Numerisch-basierten Werkzeugen
 - Graphischen Unterstützungen (sind auch numerisch)
 - CAS Computer-Algebra-Systemen
- 38
 Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Werkzeuge für die Mathematik

Software

- Numerisch-basierte Werkzeuge
 - Tabellenkalkulationen, Statistik-Tools
 - Numerische Mathe-Tools (Mathe-Ass, Winfunktion, Turboplot, ... (können auch Funktionsgraphen zeichnen))
 - CAM Computer Aided Manufacturing
 - Graphische Unterstützungen (sind auch numerisch)
 - DGS= Dynamische Geometriesysteme, GeoGebra, Euklid-Dynageo....
 - CAD Computer Aided Design
 - Darstellungssoftware (für Virtuelle Welten. Küchenplaner, ...)
 - CAS Computer-Algebra-Systeme
- 39
 Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Werkzeuge für die Mathematik

Software ...

- DMS Dynamische Mathematiksysteme (GeoGebra)
 - für Analysis, für Geometrie und etwas CAS
 - MatLab(hat jetzt (seit2009) MuPAD integriert)
 - CAS Computer-Algebra-Systeme
 - Maxima, wxMaxima, free
 - TI-Nspire-CAS (ehemals Derive) u.a.
 - Mathematica www.mathematica.com Kapitel 8
 - Maple www.maplesoft.com,
 - MuPAD (Jetzt Symbolic Toolbox bei MathWorks)
- 40
 Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

Werkzeuge für die Mathematik



Rechnen-
können
reicht
nicht
mehr!

41
 Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>