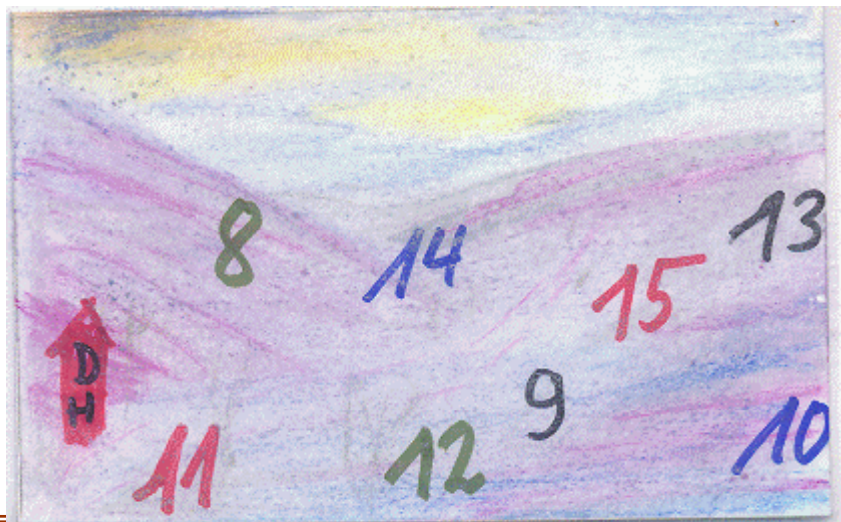
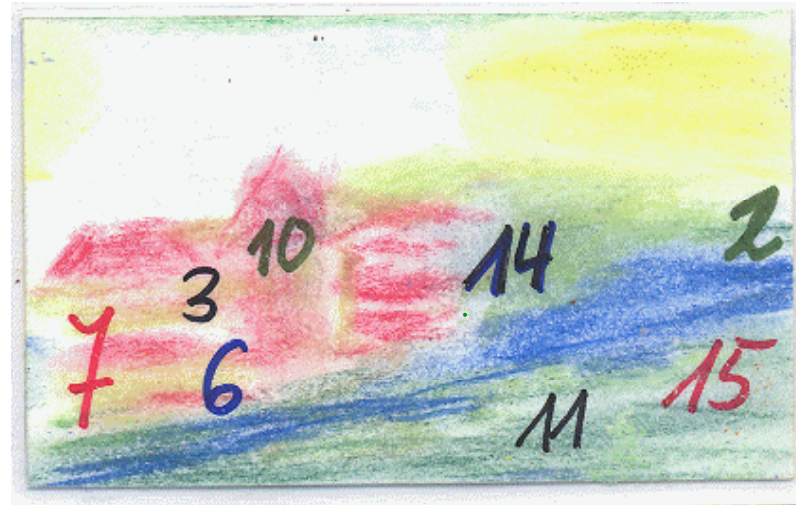
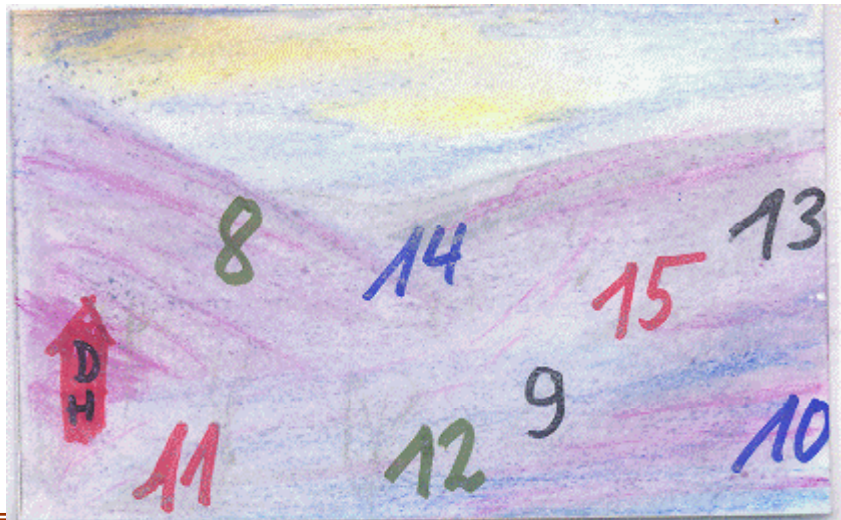
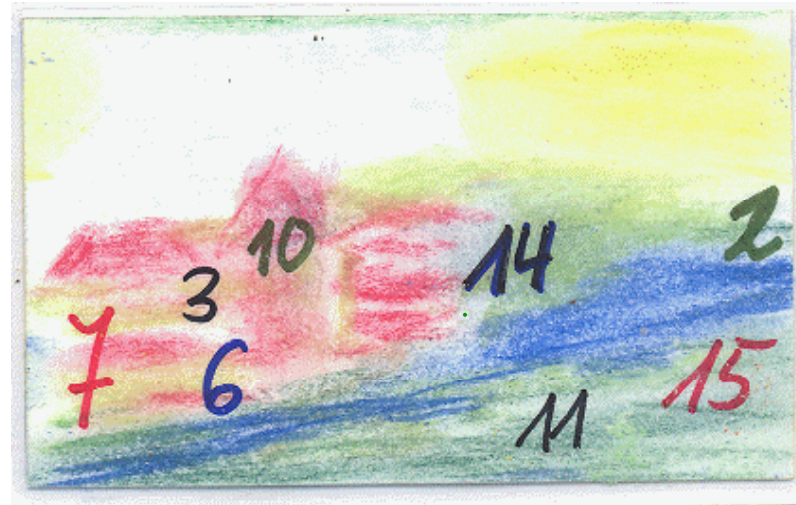


# Bitte acht Bit für ein Byte oder warum funktioniert der Computer

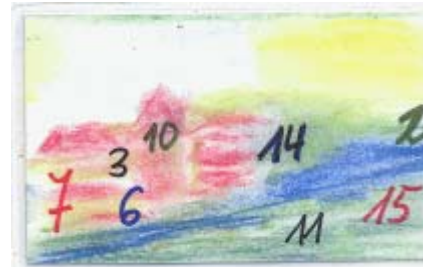
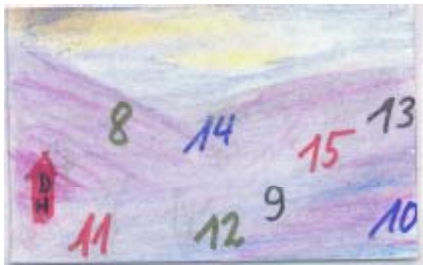


# Eight Bits for One Byte

or why does the computer work?



# Der Zahlen-Hellseher



Ich denke mir eine Zahl, die ist abgebildet auf

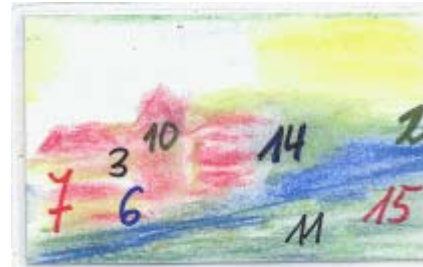
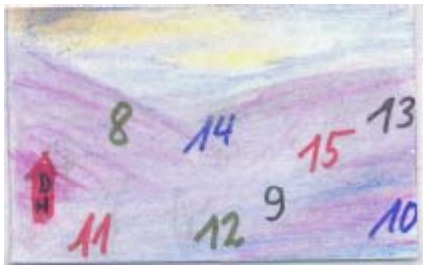
Winter,

Herbst

und Frühling.

**Es ist die 13**

# The Number Visionary



I invent in mind a number from 1 to 15.

I say: my number is shown on the cards of

winter,

autumn

and spring.

## Which number is it?

# Der Zahlen-Hellseher



Ich denke mir eine Zahl, die ist abgebildet auf

Winter,

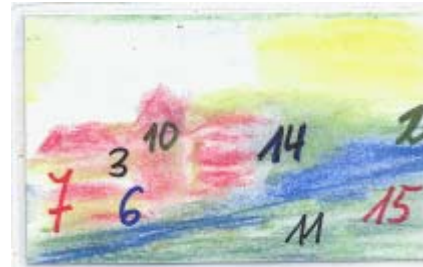
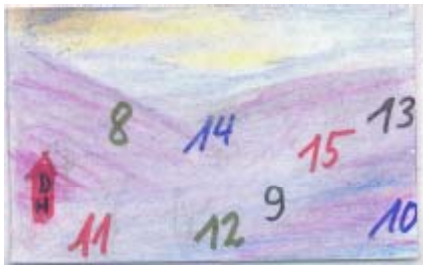
Herbst

und Frühling.

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 8 \\
 \hline
 \end{array}
 +
 \begin{array}{r}
 1 \\
 4 \\
 \hline
 \end{array}
 =
 \begin{array}{r}
 0 \\
 1 \\
 \hline
 \end{array}$$

**Es ist die 13**

# The Number Visionary



I invent in mind a number between 1 and 15.  
I say: my number is shown on the cards of

winter,

1  
8

autumn

1  
+ 4

and spring.

0  
+ 1

**It is the 13.**

# Der Zahlen-Hellseher

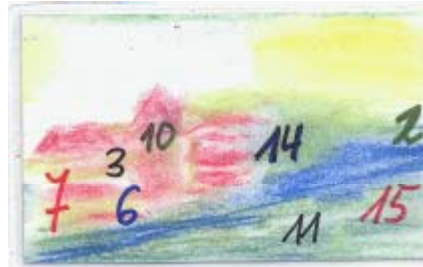
Prof. Dr. Dörte Haftendorn,  
Universität Lüneburg,  
16. Dezember 2005

Mathix ist der Hellseher.  
Mathilde soll sich eine Zahl  
denken von 1 bis 15. (einschließlich)  
Dann soll sie auf alle Karten zeigen,  
auf denen ihre Zahl steht

Mathix sagt ihr dann nach kurzem  
Überlegen, welche Zahl sie sich  
gedacht hat.

Mathilde will herausbekommen wie  
Mathix das macht.

Einige Zahlen kommen nur auf einer  
einzigsten Karte vor. Die sind der  
Schlüssel zur Lösung.



Mathilde macht eine Liste mit 4 Spalten  
für die 4 Karten, die oberste schreibt  
sie rechts hin.

Dann trägt sie von 1 bis 15 darunter  
Kreuzchen ein, wenn die Zahl auf der  
Karte vorkommt, kommt sie nicht vor,  
trägt sie eine Null ein.

Jetzt geht ihr ein Licht auf!

Da sind die Zahlen dargestellt im  
Zweiersystem.

Auch ohne diesen Hintergrund geht es:  
Die 10 z.B. ist auf der 2-Karte und auf  
der 8-Karte und sonst nirgends.

Wenn Mathilde also auf diese beiden  
Karten zeigt, rechnet Mathix

$2+8=10$  und weiß Mathildes Zahl.

Für die Erzählung von diesem Spiel  
aus ihrer Kinderzeit danke ich Prof. Dr.

Ruwisch.

# The Number Visionary

Prof. Dr. Dörte Haftendorn,  
Leuphana Universität Lüneburg,  
16. Dezember 2005

Mathix is the visionary.

Mathilde shall invent a number in mind.

The number shall be between 1 and 15 inclusively.

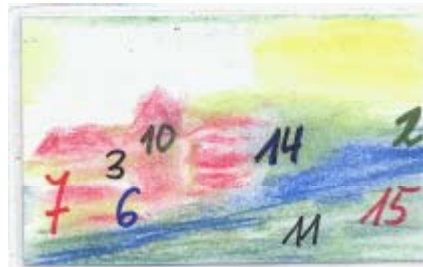
The she shall name exact all season cards which show their number.

After a short thought Mathix is able to say the number she have in mind.

Mathilde will find out how Mathix do so.

Some numbers are only on one of the cards.

They are the key to the solution.



Mathilde makes a list with 4 columns for the 4 cards.

|| winter || autumn || summer || spring ||

Then she note with a bar | all numbers from 1 to 15, if the card shows the number. If the card don't show the number, she note null 0.

It suddenly dawns on Mathilde!

There are the numbers shown in an obvious system. It is called the binary system.

But she must not know this:

The 10 e.g. is shown on the 2-card and on the 8-card and not on any other card.

Now, if Mathilde shows this cards, Mathix calculate

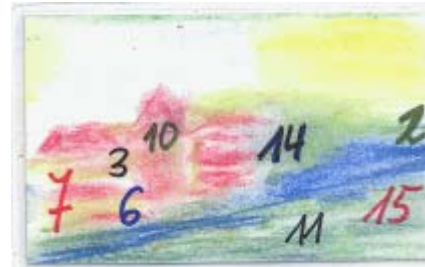
$2+8=10$  and then he knows the number of Mathilde.

Many thanks to my college Prof. Dr. Ruwisch for the narration of this game out of their childhood.



# Der Zahlen-Hellseher

## The Number Visionary



				dezimal
			1	1
			0	2
			1	3
		1	0	4
		1	0	5
		1	0	6
		1	1	7
1		0	0	8
1		0	1	9
1		0	0	10
1		0	1	11
1		1	0	12
1		1	1	13
1		1	0	14
1		1	1	15



www.berendsohn.com



32	33	34	35
36	37	38	39
40	41	42	43
44	45	46	47
48	49	50	51
52	53	54	55
56	57	58	59
60	61	62	63

16	17	18	19
20	21	22	23
24	25	26	27
28	29	30	31
48	49	50	51
52	53	54	55
56	57	58	59
60	61	62	63

8	9	10	11
12	13	14	15
24	25	26	27
28	29	30	31
40	41	42	43
44	45	46	47
56	57	58	59
60	61	62	63

4	5	6	7
12	13	14	15
20	21	22	23
28	29	30	31
36	37	38	39
44	45	46	47
52	53	54	55
60	61	62	63

2	3	6	7
10	11	14	15
18	19	22	23
26	27	30	31
34	35	38	39
42	43	46	47
50	51	54	55
58	59	62	63

1	3	5	7
9	11	13	15
17	19	21	23
25	27	29	31
33	35	37	39
41	43	45	47
49	51	53	55
57	59	61	63

You could by this game at Lüneburg tourist info, 2012 not yet available.

# Dualzahlen im Computer

0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

↑ So sieht eine Kommazahl in unserem Computer aus.

Vorzeichenbit

11 Bit für den Exponenten

64 Bit

1 Bit =  
Informationsatom,  
Platz für 0 oder 1

1 Byte = 8 Bit

8 Byte für eine Kommazahl



# Binary Numbers in the Computer

0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

↑ A floating point number, represented in our computers.

sign bit

11 bits for the exponent

64 bits

1 bit = atom of information,  
one place for 0 or 1

1 byte = 8 bits

8 bytes for one floating point number



# Binärsystem, Dualzahlen

0 101 0010 0001 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Grundbedeutung:

Das Binärsystem ist ein Stellenwertsystem zur Basis 2.

Jede Stelle hat den Wert einer Zweierpotenz

1	0	1	0	1	0	
$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$	
32	16	8	4	2	1	
32		8		2		42



Anstelle von 2 kann man jede natürliche Zahl  $g$  nehmen.

Man erhält dann ein **g-adisches System**.



# Binary System, Binary Numbers

0 101 0010 0001 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Main meaning:

The binary system is a place-value system with base 2.

Each place has as a value a power of 2.

1	0	1	0	1	0	
$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$	
32	16	8	4	2	1	
32		8		2		42



Instead of 2 you can take every natural number  $g$ .

Then you get a **g-adic system**.



# Binärsystem, Dualzahlen

0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Grundbedeutung:

Das Binärsystem ist ein Stellenwertsystem zur Basis 2.

Jede Stelle hat den Wert einer Zweierpotenz

1	0	1	0	1	0	
$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$	
32	16	8	4	2	1	
32		8		2		42



1 0 1 0 1 0 1

$$64 + 16 + 4 + 1 = 85$$

$$1 + 0 + 1 + 0 + 1 + 0 + 0 = 42$$



# Binary System, Binary Numbers

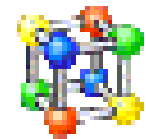
0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Main meaning:

The binary system is a place-value system with base 2.

Each place has the value of a power of 2.

1	0	1	0	1	0	
$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$	
32	16	8	4	2	1	
32		8		2		42



1 0 1 0 1 0 1

$$64 + 16 + 4 + 1 = 85$$

$$1 + 0 + 1 + 0 + 1 + 0 + 0 = 42$$





# Binärsystem, Dualzahlen

0 101 0010 0001 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Double-Daddel-Methode

							84
		4		20			85
1	2	5	10	21	42		
1	0	1	0	1	0	1	

*mm Sie:*

*gg*

# Binary System, Binary Numbers

0 101 0010 0001 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

## Double-Daddel-Method

you **double** and you **add**

							84
		4		20			85
1	2	5	10	21	42		
1	0	1	0	1	0	1	

now you

gg

# Binärsystem, Dualzahlen

0 101 0010 0001 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Double-Daddel-Methode

								84
			4		20			85
	1	2	5	10	21	42		
	1	0	1	0	1	0	1	

*min Sie:*

								98
					48			99
	1	3	6	12	24	49		
	1	1	0	0	0	1	1	

# Binary System, Binary Numbers

0 101 0010 0001 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Double-Dattel-Method

								84
			4					20
	1	2	5	10	21	42		85
	1	0	1	0	1	0	1	

now you

								98
								48
	1	3	6	12	24	49		99
	1	1	0	0	0	1	1	

# Binärsystem, Dualzahlen

0 101 0010 0001 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Doubbel-Daddel-Methode anders herum

1010010  
1 2 4 10 20 40 82  
5 41

10011010  
1 2 4 8 18 38 76 154  
9 19 77

# Binary System, Binary Numbers

0 101 0010 0001 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

doubbel-daddel method vice versa

1010010

1 2 4 10 20 40 82  
5 41

10011010

1 2 4 8 18 38 76 154  
9 19 77

# Binärsystem, Rechnen mit Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Addition in Binärsystem

$$\begin{array}{r} 1011 \\ + 101 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 1101 \\ + 101 \\ \hline \end{array}$$



Multiplikation in Binärsystem

$$\begin{array}{r} 413 \cdot 27 \\ \hline 826 \\ 2891 \\ \hline 11151 \end{array}$$

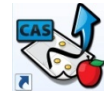
$$\underline{1101} \cdot 101$$

# Binary System, to Calculate with Binary Numbers

0 101 0010 0001 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

addition in the binary system:

$$\begin{array}{r}
 1011 \\
 + 101 \\
 \hline
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1101 \\
 + 101 \\
 \hline
 \end{array}$$



multiplikation in the binary system

$$\begin{array}{r}
 413 \cdot 27 \\
 \hline
 826 \\
 2891 \\
 \hline
 11151
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1101 \cdot 101 \\
 \hline
 \end{array}$$



# Binärsystem, Rechnen mit Dualzahlen

0 101 0010 0001 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Addition in Binärsystem

$$\begin{array}{r} 1011 \\ + 101 \\ \hline 10000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1101 \\ + 101 \\ \hline 10010 \end{array}$$



Multiplikation in Binärsystem

$$\begin{array}{r} 1101 \cdot 101 \\ \hline 1101 \\ \phantom{1101}0 \\ \phantom{1101}1101 \\ \hline 1000001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 413 \cdot 27 \\ \hline 826 \\ 2891 \\ \hline 11151 \end{array}$$

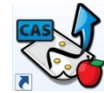
# Binary System, to Calculate with Binary Numbers

0 101 0010 0001 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

addition in the binary system:

$$\begin{array}{r} 1011 \\ + 101 \\ \hline 10000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1101 \\ + 101 \\ \hline 10010 \end{array}$$



multiplikation in the binary system

$$\begin{array}{r} 1101 \cdot 101 \\ \hline 1101 \\ \phantom{1101}0 \\ \hline 1101 \\ \phantom{1101}0 \\ \hline 100001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 413 \cdot 27 \\ \hline 826 \\ 2891 \\ \hline 11151 \end{array}$$

# Binärsystem, Rechnen mit Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Multiplikation in Binärsystem

$$\begin{array}{r}
 1101 \cdot 101 \\
 \hline
 11010 \\
 \phantom{11010} 1101 \\
 \hline
 1000001
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1101110 \cdot 10011 \\
 \hline
 110111000 \\
 \phantom{110111000} 11011100 \\
 \phantom{110111000} 11011100 \\
 \hline
 100000101010
 \end{array}$$

↑
?

Das geht ja ganz ohne Kopfrechnen!!!

**Eben: Computer sind ja auch dumm.**

# Binary System, to Calculate with Binary Numbers

0 101 0010 0001 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

multiplikation in the binary system

$$\begin{array}{r}
 1101 \cdot 101 \\
 \hline
 11010 \\
 \phantom{11010} 1101 \\
 \hline
 1000001
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1101110 \cdot 10011 \\
 \hline
 110111000 \\
 \phantom{110111000} 11011100 \\
 \phantom{110111000} 11011100 \\
 \hline
 100000101010
 \end{array}$$

↑
?

That is yet without mental arithmetic!!!

**Indeed: Computers are quite studid.**

# Binärsystem und Hexadezimalsystem

0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Jeder Viererblock wird in eine Hex-Ziffer übersetzt

1 1 0 0 1 1 1 0 1

0,1,2,...,9,A,B,C,D,E,F

10=A=1010

11=B=1011

12=C=1100

13=D=1101

14=E=1110

15=F=1111



# Binary System and Hexadecimal System

0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Every block of 4 bits will be translated into a hexadecimal digit.

You must begin at the right!

1 1 0 0 1 1 1 0 1

0,1,2,...,9,A,B,C,D,E,F

10=A=IOIO

11=B=IOII

12=C=II00

13=D=II0I

14=E=IIIO

15=F=IIII



# Binärsystem und Hexadezimalsystem

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 | 1001 1010 1111 1000 | 1111 0000 1111 0000 | 1111 1010 1111

E
9
F
A

Jeder Viererblock wird in eine Hex-Ziffer übersetzt

Man muss rechts anfangen!

1, 2, ..., 9, A, B, C, D, E, F

10 = A = IOIO

11 = B = IOII

12 = C = IIOO

13 = D = IIOI

14 = E = IIIO

15 = F = IIII

1 1 0 0 1 1 1 0 1

1
9
D

$$+1 \cdot 16^2 + 9 \cdot 16 + 13 = 413$$



# Binary System and Hexadecimal System

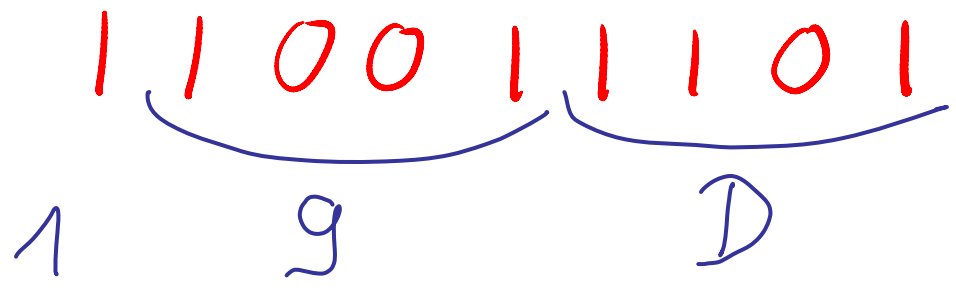
0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

E 9
F
A

Every block of 4 bits will be translated into a hexadecimal digit.  
 You must begin at the right!

1,2,...9,A,B,C,D,E,F

- 10=A=IOIO
- 11=B=IOII
- 12=C=II00
- 13=D=II0I
- 14=E=IIIO
- 15=F=IIII



$$+1 \cdot 16^2 + 9 \cdot 16 \quad + \quad 13 = 413$$





# Binärsystem, Dualzahlen

Jeder Platz ist ein „Bit“, acht Bit sind in „Byte“

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

F 8 F 0 F A F

← weiter

111101010110

Bin-  
Hex- und Dez  
Übung



# Binary System, Binary Numbers

every place is one „bit“, eight bits make one „byte“.

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

F 8 F 7 A F

← further

111 | 010 | 0110

binary, hexadecimal  
and decimal  
exercises



# Binärsystem, Dualzahlen

Jeder Platz ist ein „Bit“, acht Bit sind in „Byte“

0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

+ 5 2 1 1 1 F E 9 A F 8 F 0 F A F

← weiter

1111 0101 0110

F 5 6

$$15 \cdot 16^2 + 5 \cdot 16 + 6 = 3926$$

Bin-  
Hex- und Dez  
Übung

→ 1 3 7 15 30 61 122 245 490 981 1963 3926

1 1 1 1 0 1 0 1 0 1 1 0



# Binary System, Binary Numbers

Jeder Platz ist ein „Bit“, acht Bit sind in „Byte“

0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

+ 5 2 1 1 1 F E 9 A F 8 F 0 F A F  
 ← further

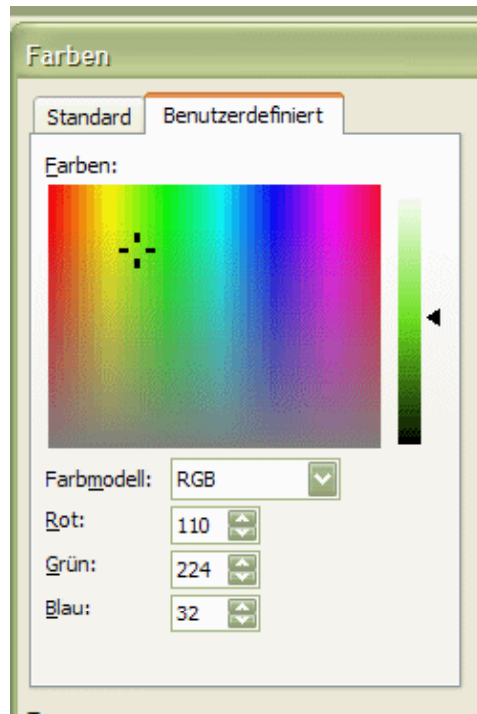
1111 0101 0110 binary hexadecimal  
 F 5 6 and decimal  
 exercises

$$15 \cdot 16^2 + 5 \cdot 16 + 6 = 3926$$

→ 1 3 7 15 30 61 122 245 490 981 1963 3926

1 1 1 1 0 1 0 1 0 1 1 0  
 ←





# Farben

Rot 153, Grün 204, Blau 0

# 99 CC 00

```
<body bgcolor="ffffee">
```



**Mathematik für alle**

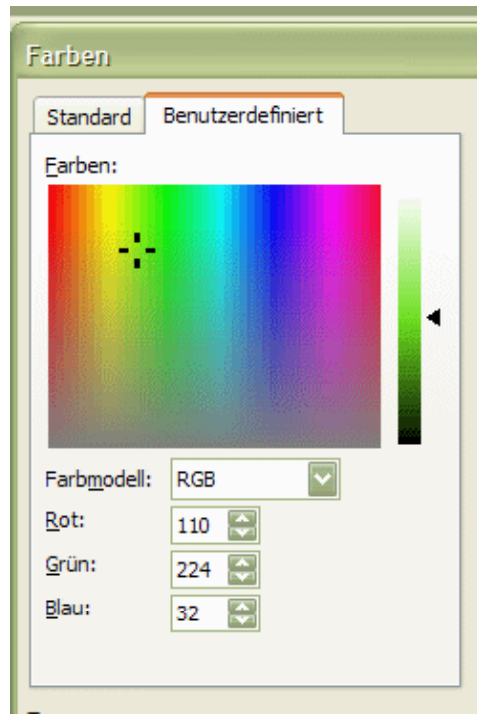
```
color="#800000"><b>Mathematik für alle</b><br>matheomnibus-leu.gif" width="312" height="127" alt=""
```

Rot: Hex 80=8\*16=128, Grün 0, Blau 0

In Html werden die Farben hexadezimal angegeben

mit zwei Ziffern pro Farbe. FF ist also maximal möglich.

37



# colors

red 153, green 204, blue 0

# 99 CC 00

```
<body bgcolor="ffffee">
```



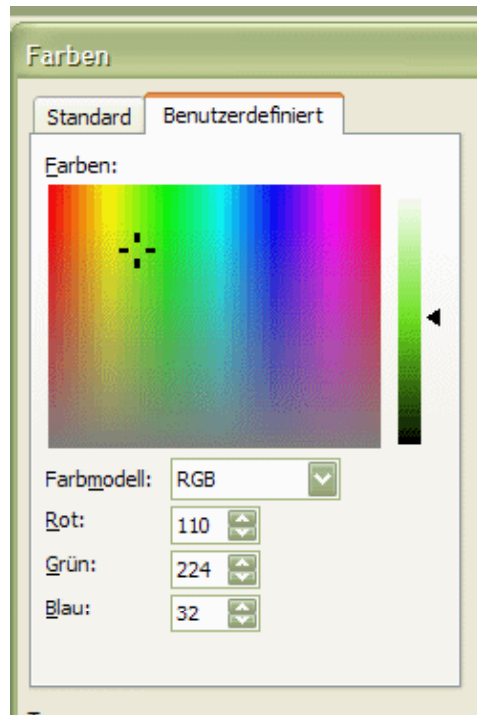
**Mathematik für alle**

```
color="#800000"><b>Mathematik für alle</b><br>matheomnibus-leu.gif" width="312" height="127" alt=""
```

red: hex  $80=8*16=128$ , green 0, blue 0

In html it is necessary to give the colors as a hexadecimal number. It has two digits per color.

So is FF maximal possible.



# Farben

#FFFFFF

Weiße Farbe

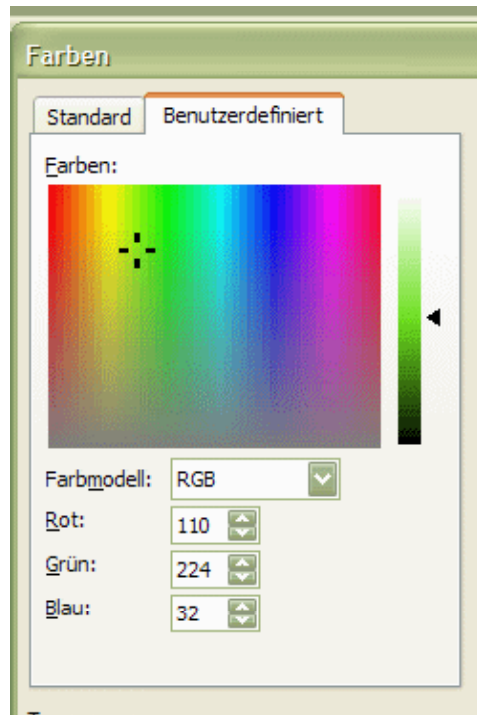
● FF=255

● 256 Möglichkeiten pro Farbe

● für jede Farbe 1 Byte = 3 Byte pro Pixel

$$256^3 = 16777216 \approx 16 \text{ Mill.}$$

Farb-Möglichkeiten



# colors

#FFFFFF

white color

● FF=255

● 256 options for every color

● for every color 1 byte = 3 byte per Pixel

$$256^3 = 16777216 \approx 16 \text{ Mill.}$$

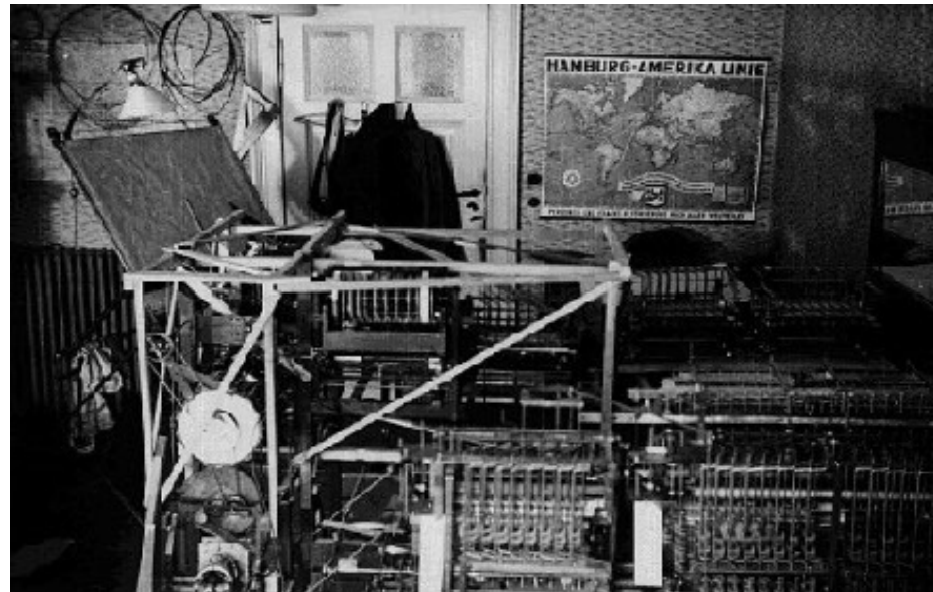
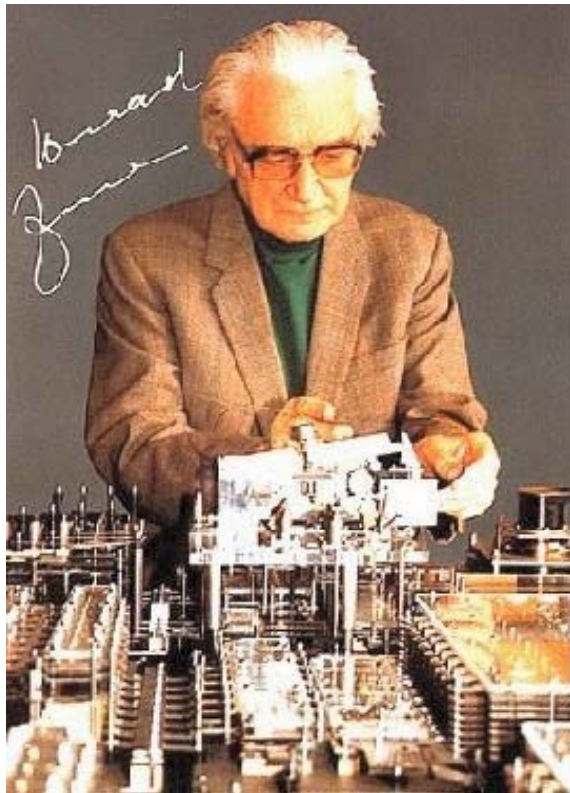
color options



# Werkzeuge für die Mathematik

Konrad Zuse

1910-1995



Z1 von Zuse 1936 [www.zuse.de](http://www.zuse.de)

erster frei programmierbare

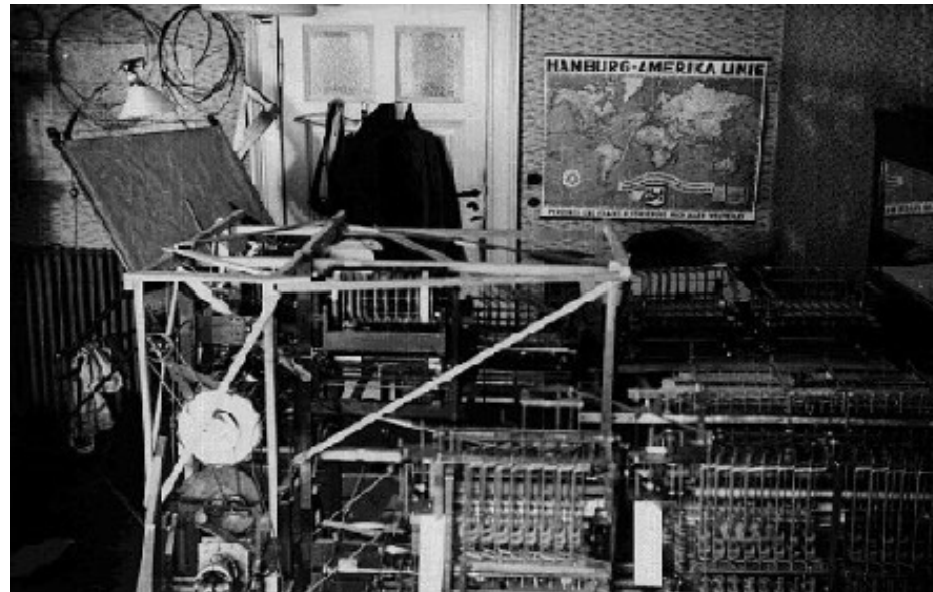
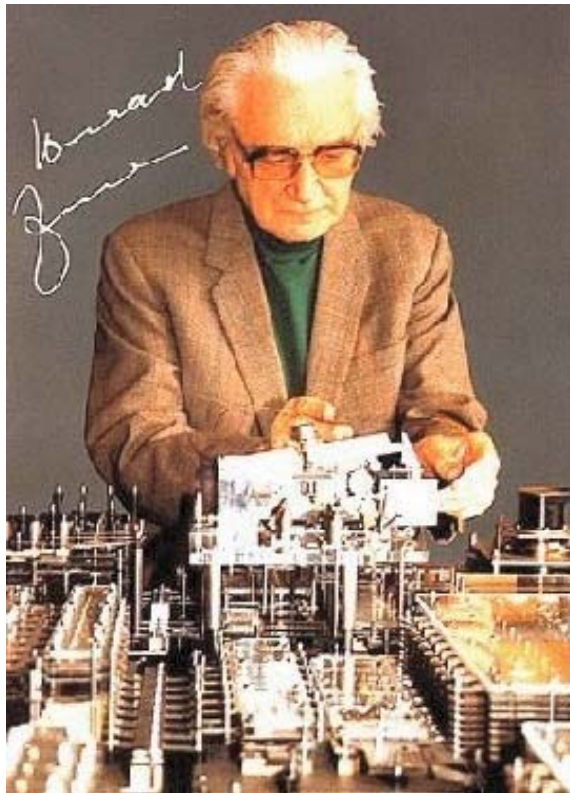
Computer,

Zuse 1986 mit einem Nachbau

# Tools for Mathematics

Konrad Zuse

Berlin u.a.  
1910-1995



Z1 of Zuse 1936

[www.zuse.de](http://www.zuse.de)

first free programmable  
computer,

Zuse 1986 with a replica.

# Werkzeuge für die Mathematik

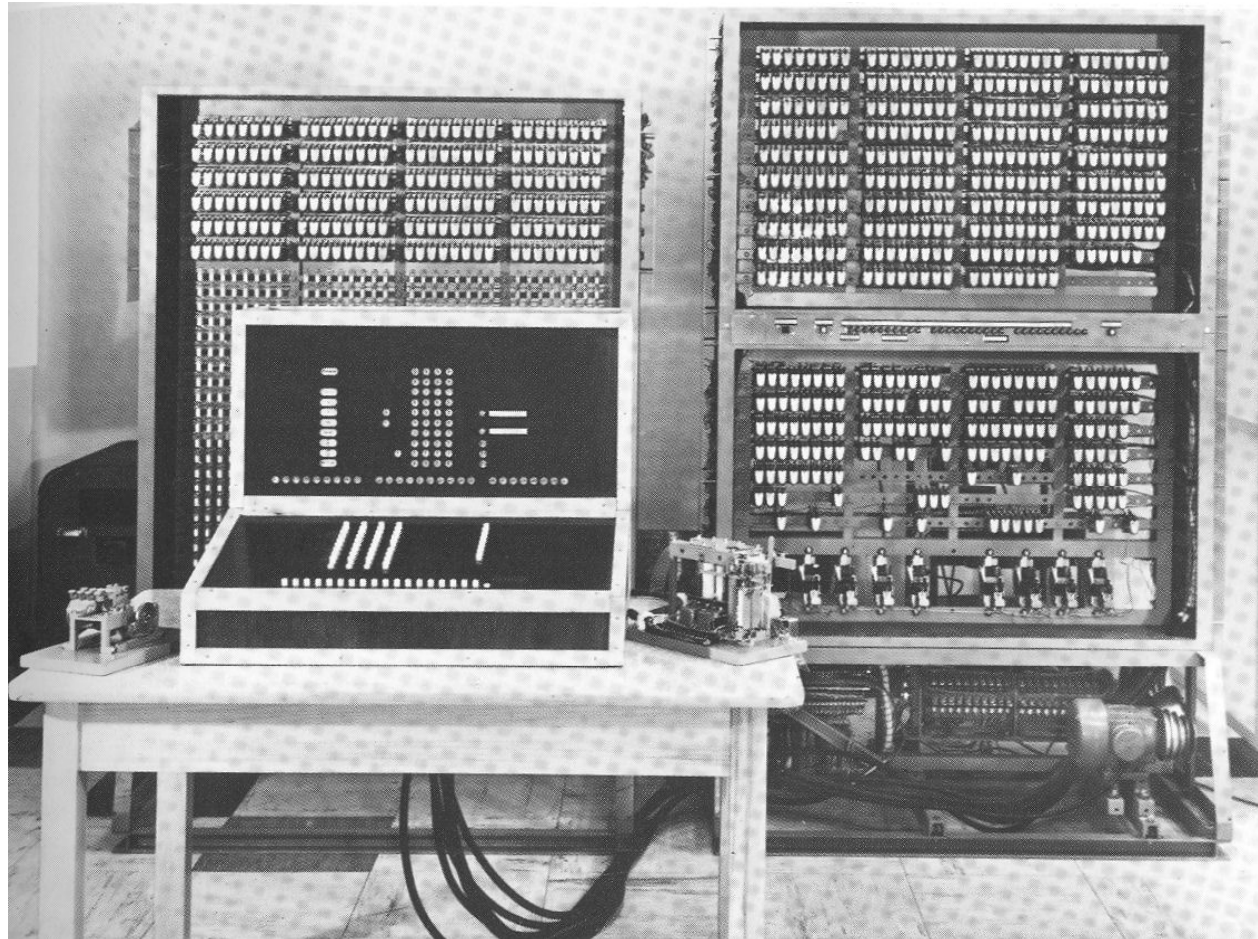


Bild 40  
ZUSE Z 3, das erste  
betriebsfähige  
programmgesteuerte  
Rechengerät der  
Welt, fertiggestellt  
1941. Rekonstruktion

Zuse Z3

Elektronisch mit  
Relais

1941

der erste funktionsfähige, frei programmierbare, auf dem binären Zahlensystem (Gleitkommazahlen) und der binären Schaltungstechnik basierende Rechner der Welt.

43

# Tools for Mathematics

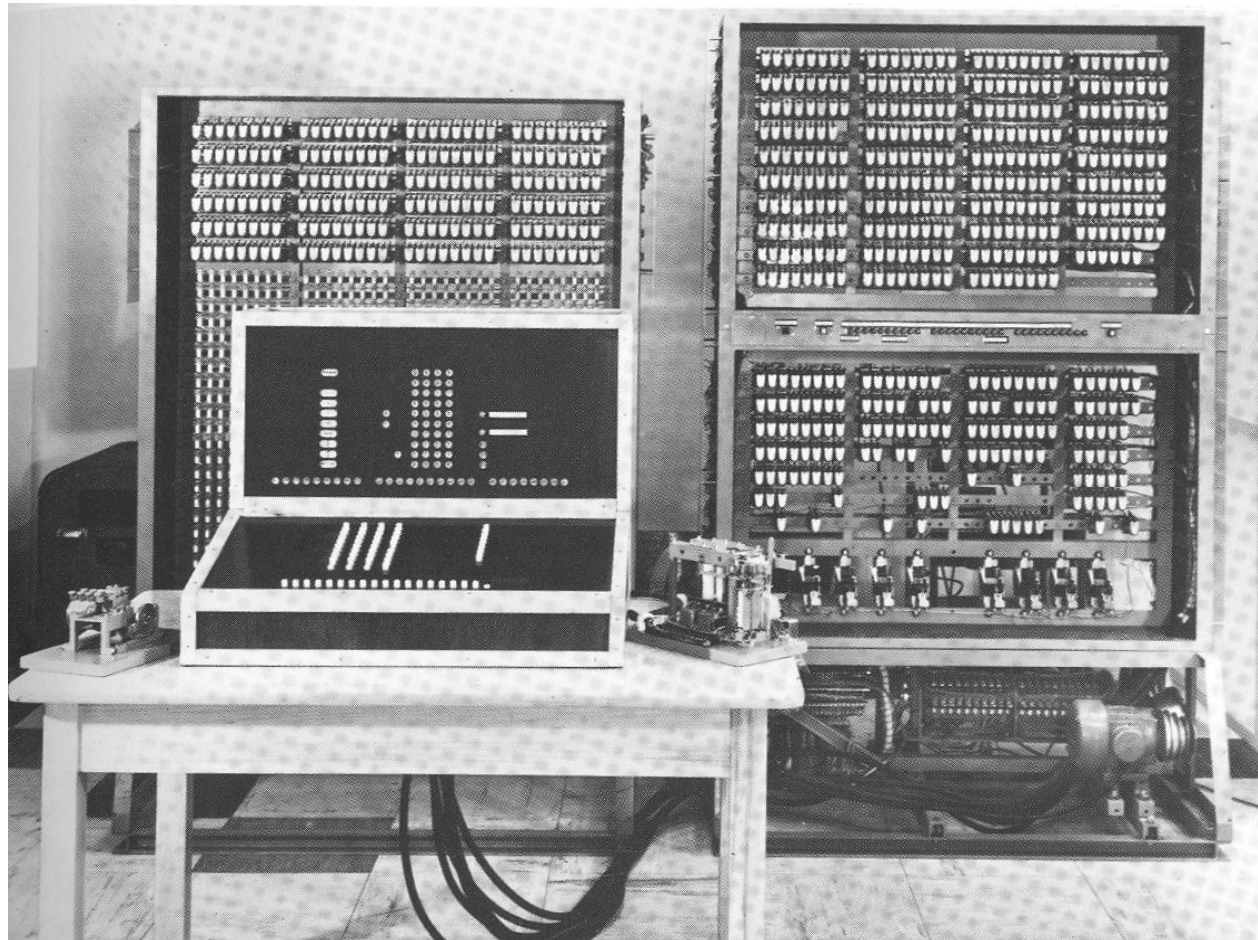


Bild 40  
ZUSE Z 3, das erste  
betriebsfähige  
programmgesteuerte  
Rechengerät der  
Welt, fertiggestellt  
1941. Rekonstruktion

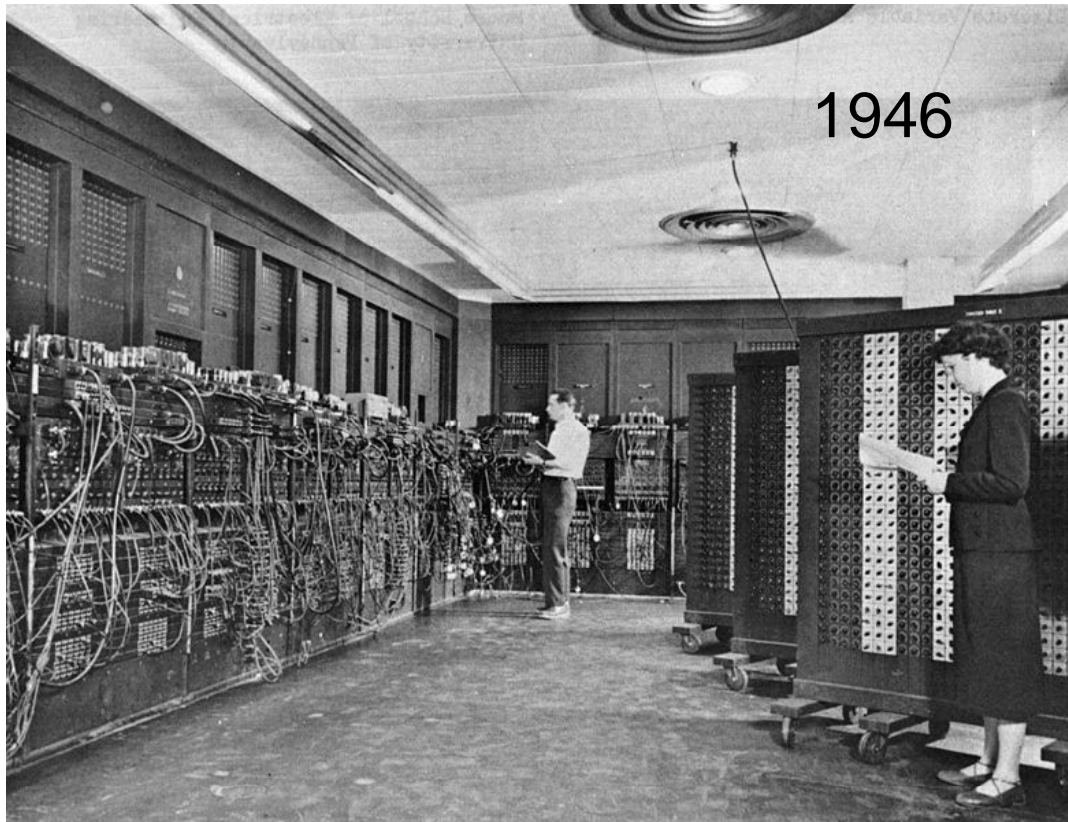
Zuse Z3  
elektronical  
with relays

1941

The first functioning, computer of the world, which was free programmable, based on floating point numbers in the binary system and binary circuit logic.

# Werkzeuge für die Mathematik

Der **Electronic Numerical Integrator and Computer** (ENIAC) war der erste rein elektronische Universalrechner.



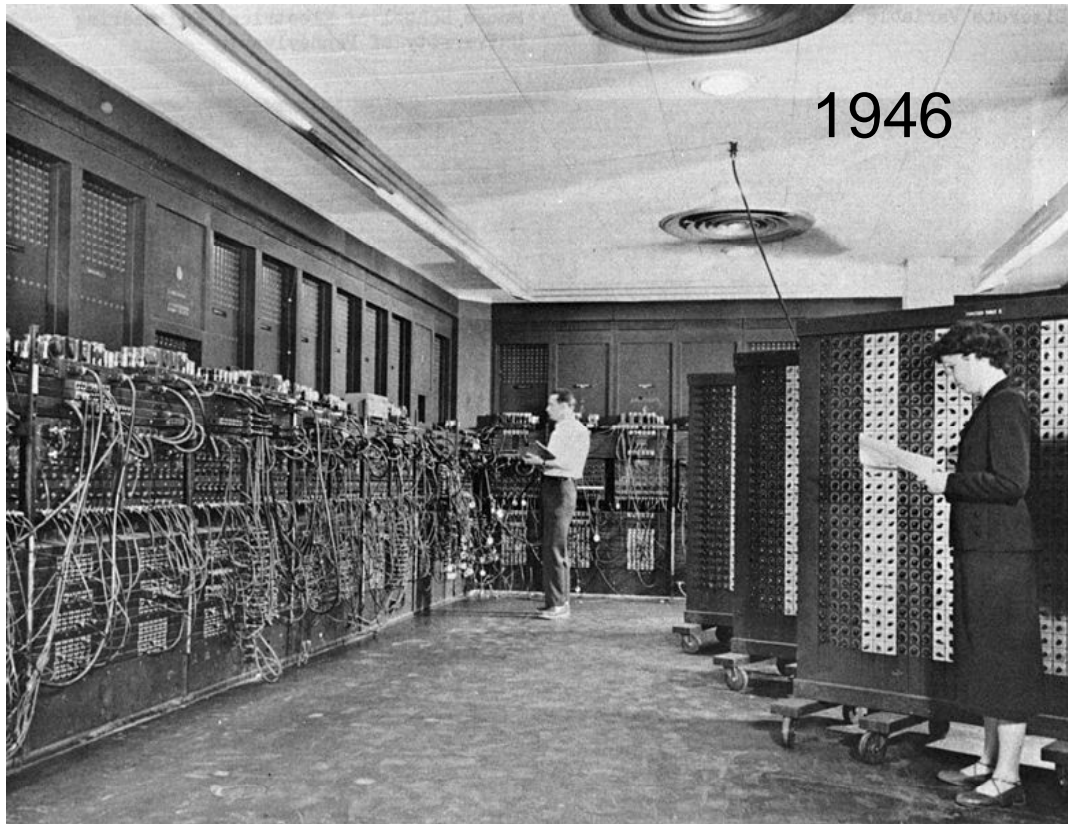
Der ENIAC bestand aus 40 parallel arbeitenden Komponenten, von denen jede 60 cm breit, 270 cm hoch und 70 cm tief war. Die komplette Anlage war in U-Form aufgebaut, beanspruchte eine Fläche von 10 m x 17 m und wog 27 Tonnen. Er bestand aus 17.468 Elektronenröhren, 7.200 Dioden, 1.500 Relais, 70.000 Widerständen und 10.000 Kondensatoren. Die Leistungsaufnahme lag bei 174 kW. Der Bau des ENIAC kostete 468.000 US-\$ – ein Betrag, der nur aufgrund des hohen Bedarfs an Rechenleistung seitens der US-Armee zur Verfügung stand (entspricht einem heutigen Wert von ungefähr 6.360.000 US-\$).<sup>[2]</sup> Im Vergleich zu seinen Vorgängern beeindruckt der ENIAC schon durch seine schiere Größe.

Wikipedia->Eniac

# Tools for Mathematics

The **Electronic Numerical Integrator and Computer (ENIAC)** had been the first pure electronical universal computer.

[Universalrechner.](#)



ENIAC contained 17,468 [vacuum tubes](#), 7,200 crystal [diodes](#), 1,500 [relays](#), 70,000 [resistors](#), 10,000 [capacitors](#) and around 5 million hand-[soldered](#) joints. It weighed more than 30 [short tons](#) (27 t), was roughly 8 by 3 by 100 feet (2.4 m × 0.9 m × 30 m), took up 1800 square feet (167 m<sup>2</sup>), and consumed 150 [kW](#) of power.<sup>[14][15]</sup> This led to the rumor that whenever the computer was switched on, lights in Philadelphia dimmed.<sup>[16]</sup> Input was possible from an IBM [card reader](#), and an IBM [card punch](#) was used for output. These cards could be used to produce printed output offline using an [IBM](#) accounting machine, such as the [IBM 405](#).

Wikipedia->Eniac

# Werkzeuge für die Mathematik

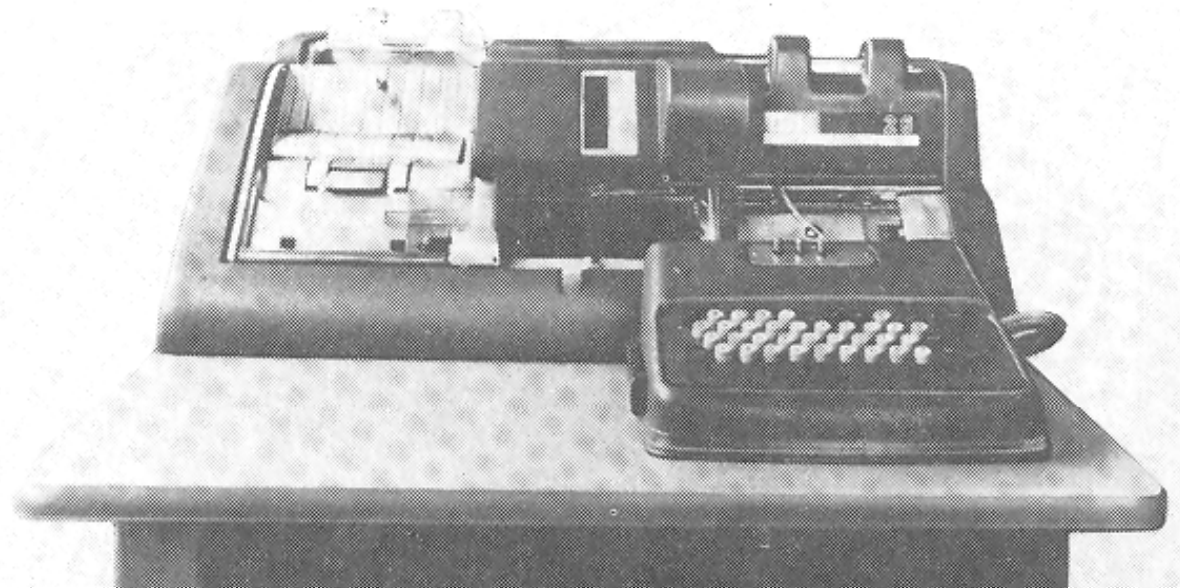
Nummer	Aussage	Kennung
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

**FORTRAN**

Abb. 5.209 Schreibblocher IBM 26

Abb. 5.208 FORTRAN-Source-Card

Im Gegensatz zu früher  
für ...



1972 Technische Uni Hannover

# Tools for Mathematics

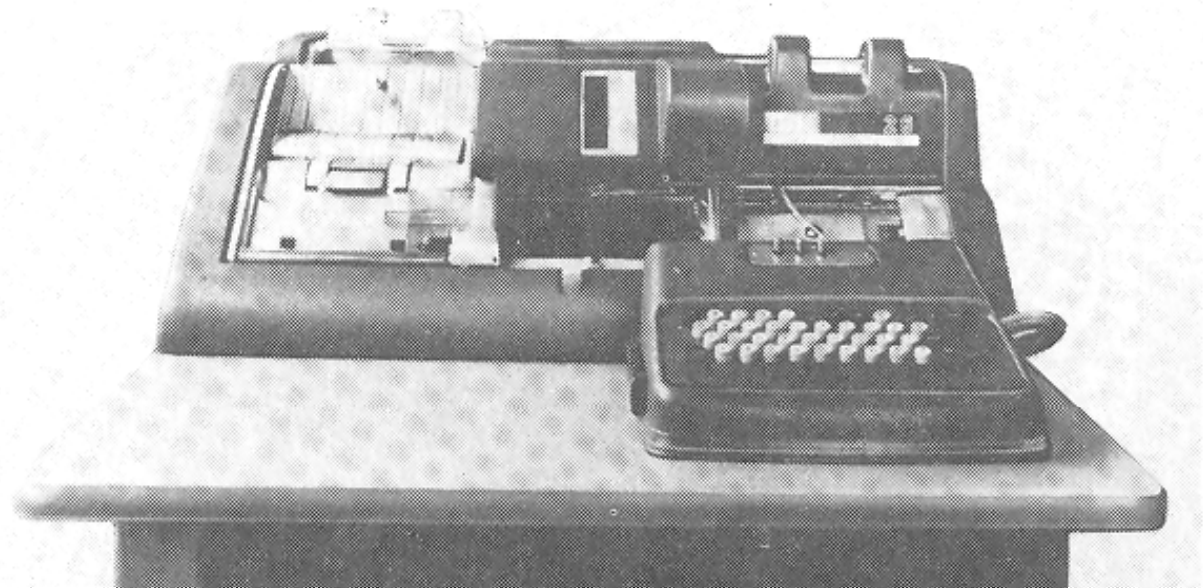
Nummer	Aussage	Kennung
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

**FORTRAN**

Abb. 5.209 Schreibblocher IBM 26

Abb. 5.208 FORTRAN-Source-Card

Im Gegensatz zu früher  
ist gar nicht mehr...



1972 Technische Uni Hannover

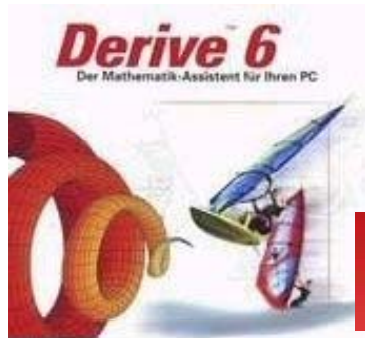


# Werkzeuge für die Mathematik

1973 Erste Taschenrechner bei uns

Etwa 1979 erste Computer mit Bildschirm bei uns

1989 Erste PCs an Schulen, Mathematica, Derive



Derive

Nicht mehr da, jetzt  
TI-Nspire CAS



Frei verfügbar

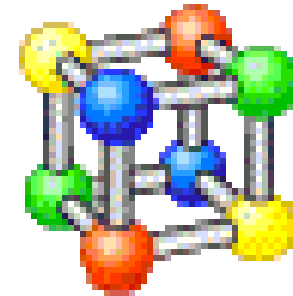
CAS Computer-Algebra-Systeme



Bei GeoGebra

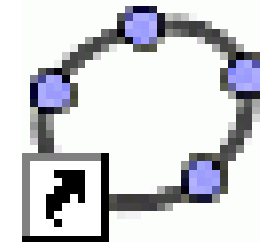
ist ein CAS schon als

Beta-Version da



MuPAD

Nicht mehr da



# Tools for Mathematics

1973 the first handheld calculators in Germany

1974 and ca. 1979 first computers with screens in my life

1989 first PCs in schools, derive, mathematica and so on



Derive

no longer, now in TI-Nspire CAS



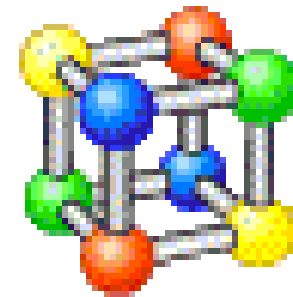
this in free download available

CAS Computer-Algebra-Systeme



In GeoGebra

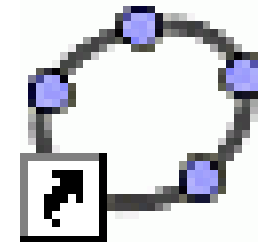
is a CAS already in beta version available



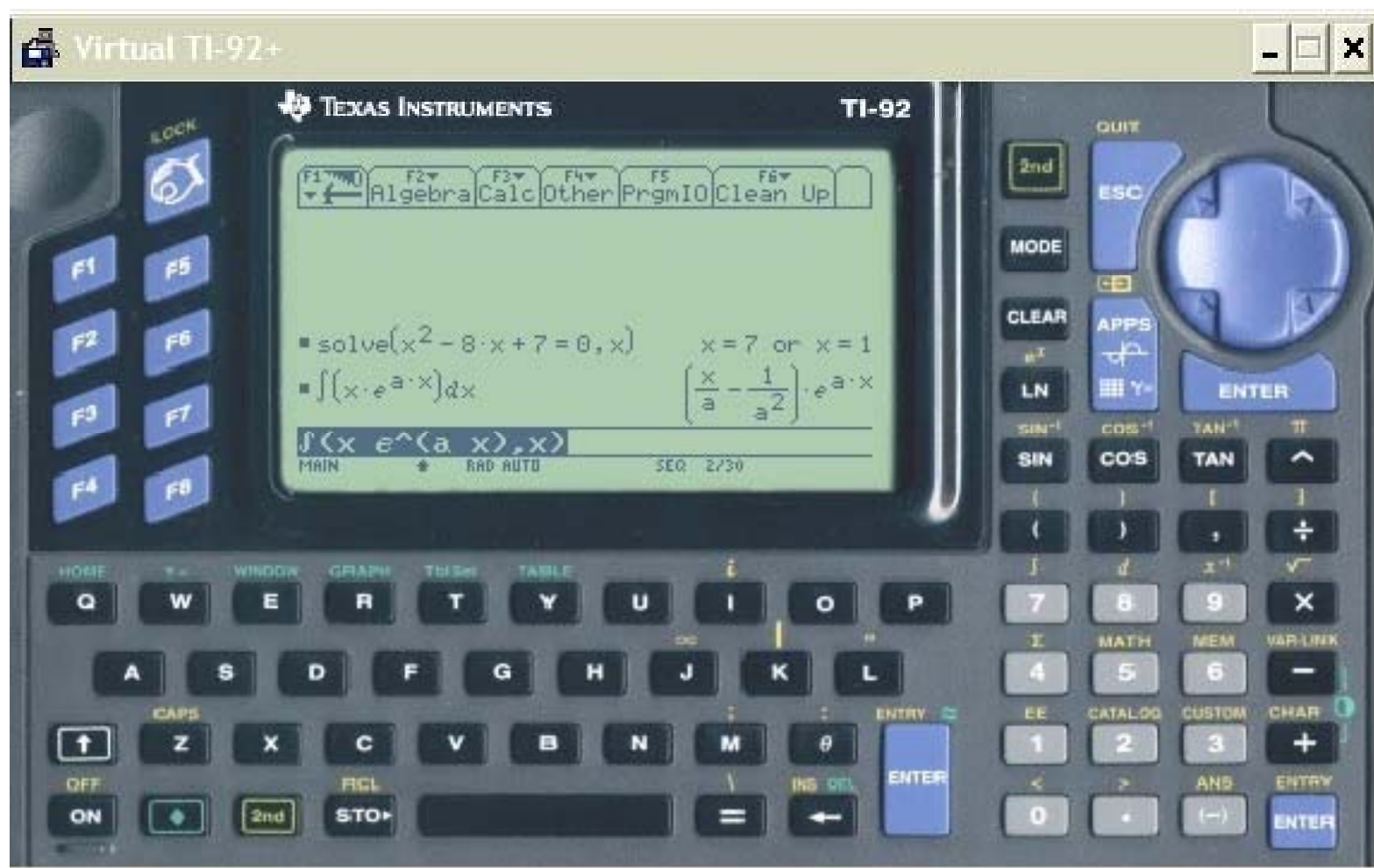
MuPAD

no longer,

in MatCad now

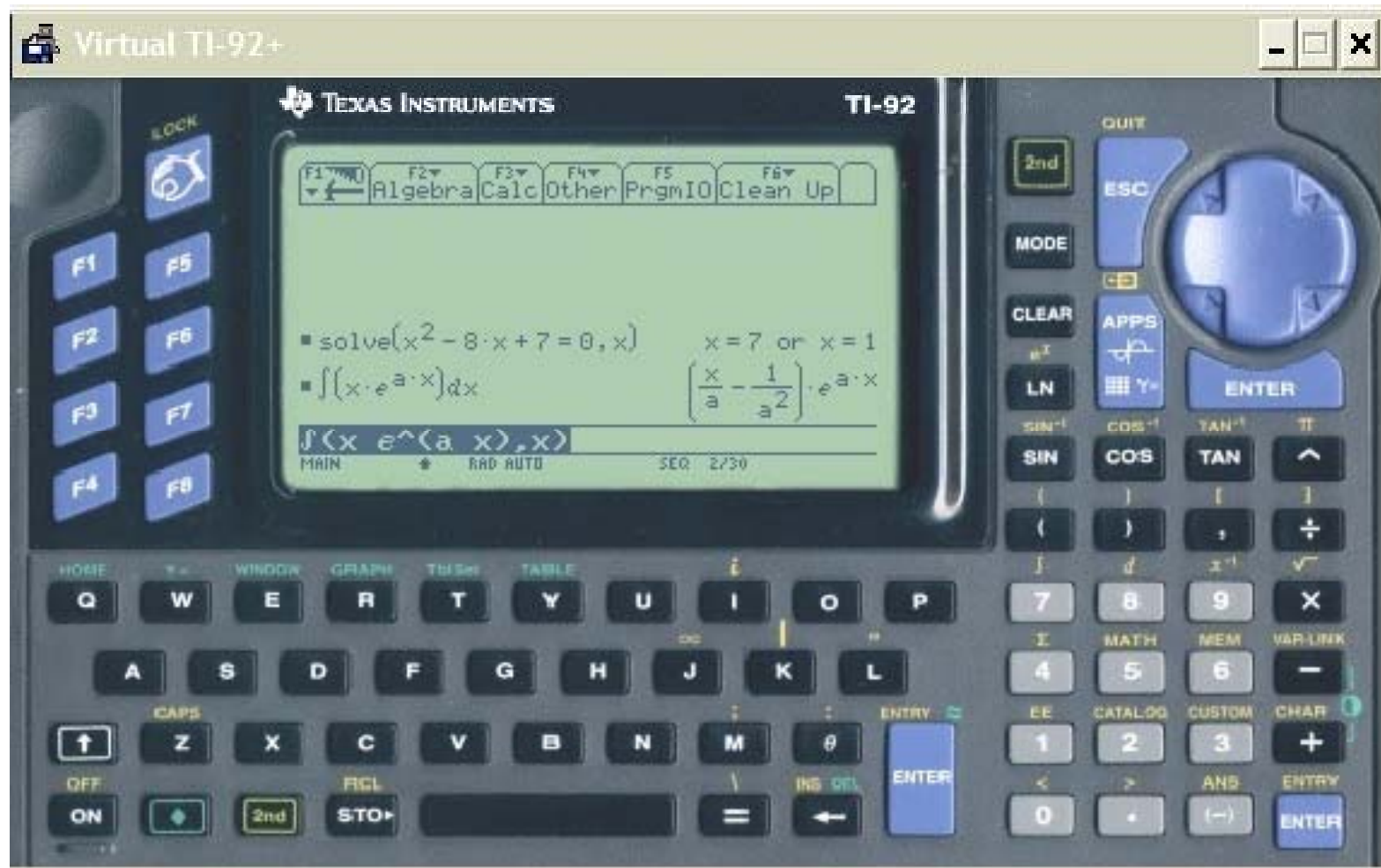


# Werkzeuge für die Mathematik

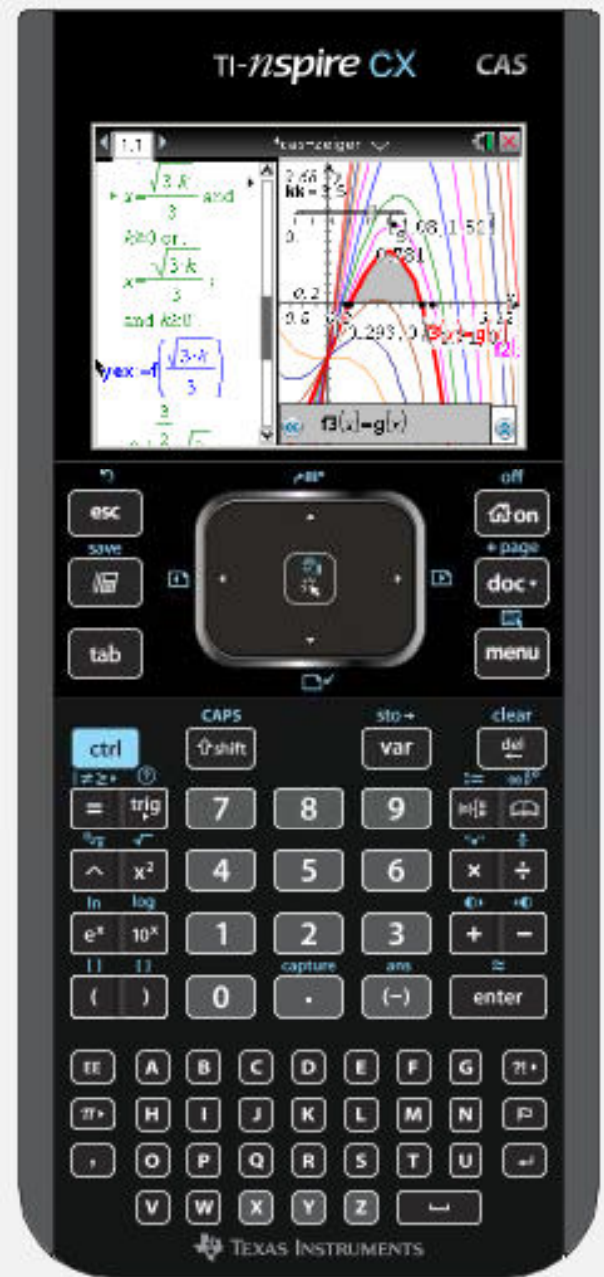


Mitte der 90-iger Jahre ( 1995 bei uns)

# Tools for Mathematics



middle of the 90th ( 1995 in Germany)



# Werkzeuge für die Mathematik

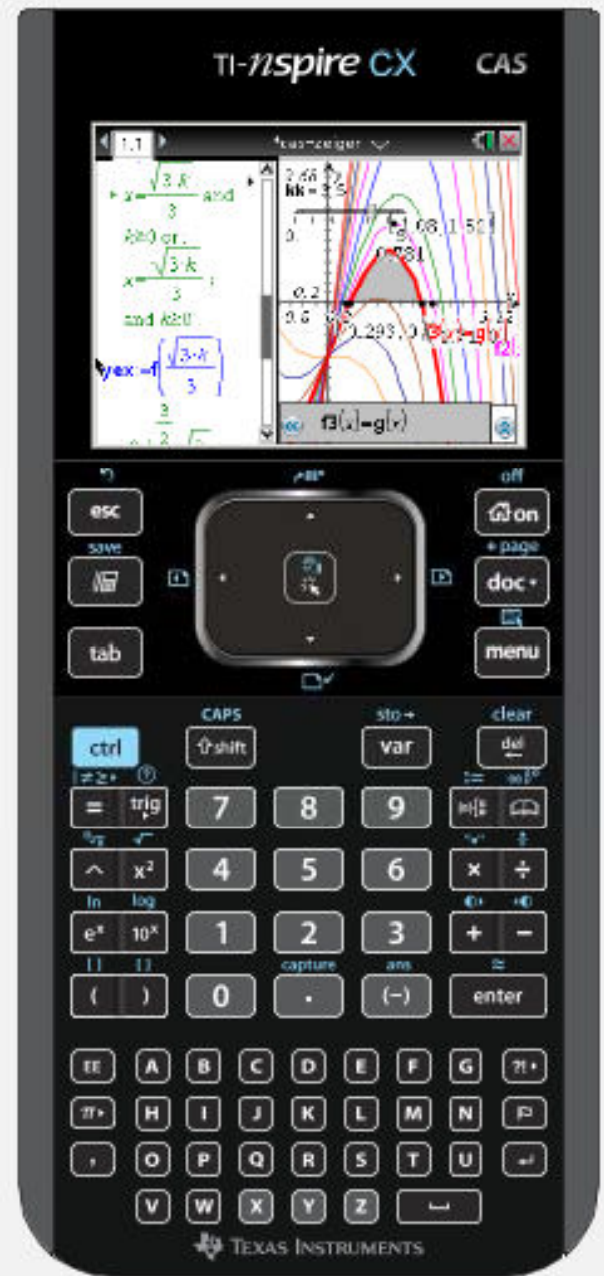
TI Nspire CAS 2007-2013...

Welche der Kurven berührt die x-Achse?

$$\text{solve}\left(\frac{d}{dx}(f(x))=0, x\right)$$

$$\rightarrow x = \frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3} \text{ and } k \geq 0 \text{ or } x = \frac{-\sqrt{3 \cdot k}}{3} \text{ and } k \geq 0$$

$$\text{yex} := f\left(\frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3}\right) \rightarrow \frac{2 \cdot k^2 \cdot \sqrt{3}}{9} - 1$$



# Tools for Mathematics

TI Nspire CAS 2007-2013...

Which of the curves is touching the x-axis?  
 Welche der Kurven berührt die x-Achse?

$$\text{solve} \left( \frac{d}{dx} (f(x)) = 0, x \right)$$

$$\rightarrow x = \frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3} \text{ and } k \geq 0 \text{ or } x = \frac{-\sqrt{3 \cdot k}}{3} \text{ and } k \geq 0$$

$$\text{yex} := f \left( \frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3} \right) \rightarrow \frac{2 \cdot k^2 \cdot \sqrt{3}}{9} - 1$$

# Werkzeuge für die Mathematik

Freies Tool im Web, auch für Smartphone + Co

[www.wolframalpha.com](http://www.wolframalpha.com)



solve[D[x^3-k x+1,x]]



Input interpretation:

solve

$$\frac{\partial(x^3 - kx + 1)}{\partial x} = 0$$

Result:

$$x = \pm \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{3}} \approx \pm (0.57735 \sqrt{k})$$

Computed by **Wolfram Mathematica**

Welche der Kurven berührt die x-Achse?

$$\text{solve} \left( \frac{d}{dx} (f(x)) = 0, x \right)$$

$$\rightarrow x = \frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3} \text{ and } k \geq 0 \text{ or } x = -\frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3} \text{ and } k \geq 0$$

$$y_{\text{ex}} := f \left( \frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3} \right) \rightarrow \frac{2 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{3}}{9} - 1$$

# Tools for Mathematics

Free Tool in the web, also available for smartphone + Co

www.wolframalpha.com

Which of the curves is touching the x-axis?

WolframAlpha computational knowledge engine

solve[D[x^3-k x+1,x]]

Input interpretation:

solve  $\frac{\partial(x^3 - kx + 1)}{\partial x} = 0$

Result:

$$x = \pm \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{3}} \approx \pm (0.57735 \sqrt{k})$$

Computed by Wolfram Mathematica

Welche der Kurven berührt die x-Achse?

$$\text{solve} \left( \frac{d}{dx} (f(x)) = 0, x \right)$$

$$\rightarrow x = \frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3} \text{ and } k \geq 0 \text{ or } x = \frac{-\sqrt{3 \cdot k}}{3} \text{ and } k \geq 0$$

$$y_{\text{ex}} := f \left( \frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3} \right) \rightarrow \frac{2 \cdot k^2 \cdot \sqrt{3}}{9} - 1$$

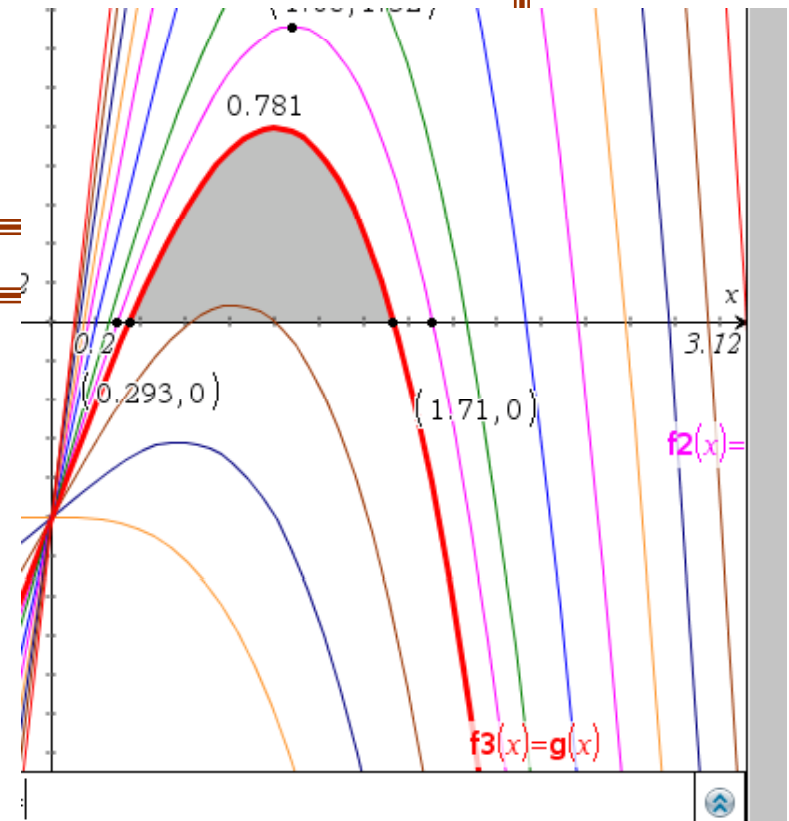


# Werkzeuge für die Mathematik

- TR einfache Taschenrechner
- GTR graphikfähige Taschenrechner
- CAS-TR Computer-Algebra-fähige Taschenrechner

Software, gegliedert nach

- Numerisch-basierten Werkzeugen
- Graphischen Unterstützungen  
(sind auch auch numerisch)
- CAS Computer-Algebra-Systemen

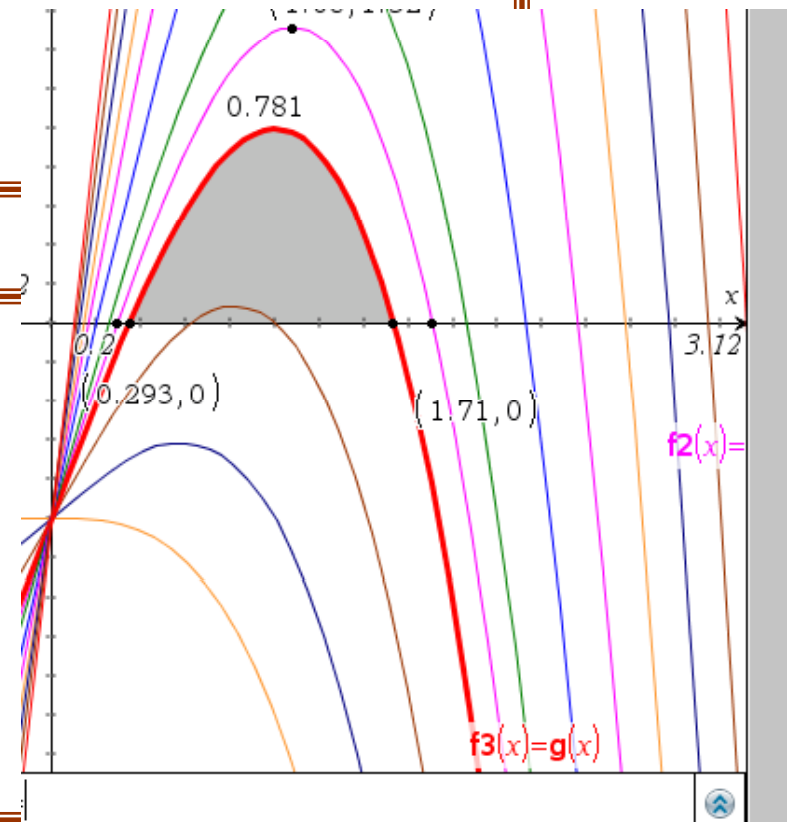


# Tools for Mathematics

- TR simple calculators
- GTR calculator with graphics
- CAS-TR handheld computer with algebra and graphics

Software, sorted by

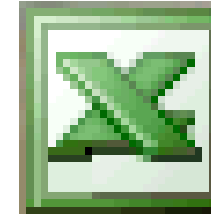
- numerical based tools
- graphic supports, they also work numerical
- CAS Computer Algebra Systems



# Werkzeuge für die Mathematik

## Software

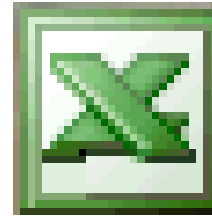
- Numerisch-basierte Werkzeuge
  - Tabellenkalkulationen, Statistik-Tools
  - Numerische Mathe-Tools (Mathe-Ass, Winfunktion, Turboplot, ... (können auch Funktionsgraphen zeichnen))
  - CAM Computer Aided Manufacturing
- Graphische Unterstützungen (sind auch numerisch)
  - DGS= Dynamische Geometriesysteme, GeoGebra, Euklid-Dynageo....
  - CAD Computer Aided Design
  - Darstellungssoftware (für Virtuelle Welten. Küchenplaner, . . .)
- CAS Computer-Algebra-Systeme



# Tools for Mathematics

## Software

- Numerical based tools
  - spreadsheets, e.g. excel, Tools for statistical usage
  - numerical math tools which can do numerical tasks and functions plotting
  - CAM Computer Aided Manufacturing
- Graphical Supports (The are mostly only numerical)
  - DGS= Dynamic Geometry Systems: GeoGebra, Euklid-Dynageo....
  - CAD Computer Aided Design
  - Software for virtual reality, kitchen planer ....
- CAS Computer-Algebra-Systeme



# Werkzeuge für die Mathematik

Software ...

- DMS Dynamische Mathematiksysteme (GeoGebra)
  - für Analysis, für Geometrie und etwas CAS
  - MatLab ....(hat jetzt (seit2009) MuPAD integriert)
- CAS Computer-Algebra-Systeme
  - Maxima, wxMaxima, free
  - TI-Nspire-CAS (ehemals Derive) u.a.
  - Mathematica [www.mathematica.com](http://www.mathematica.com)
  - Maple [www.maplesoft.com](http://www.maplesoft.com),
  - MuPAD (Jetzt Symbolic Toolbox bei MathWorks)



Kapitel 8

# Tools for Mathematics

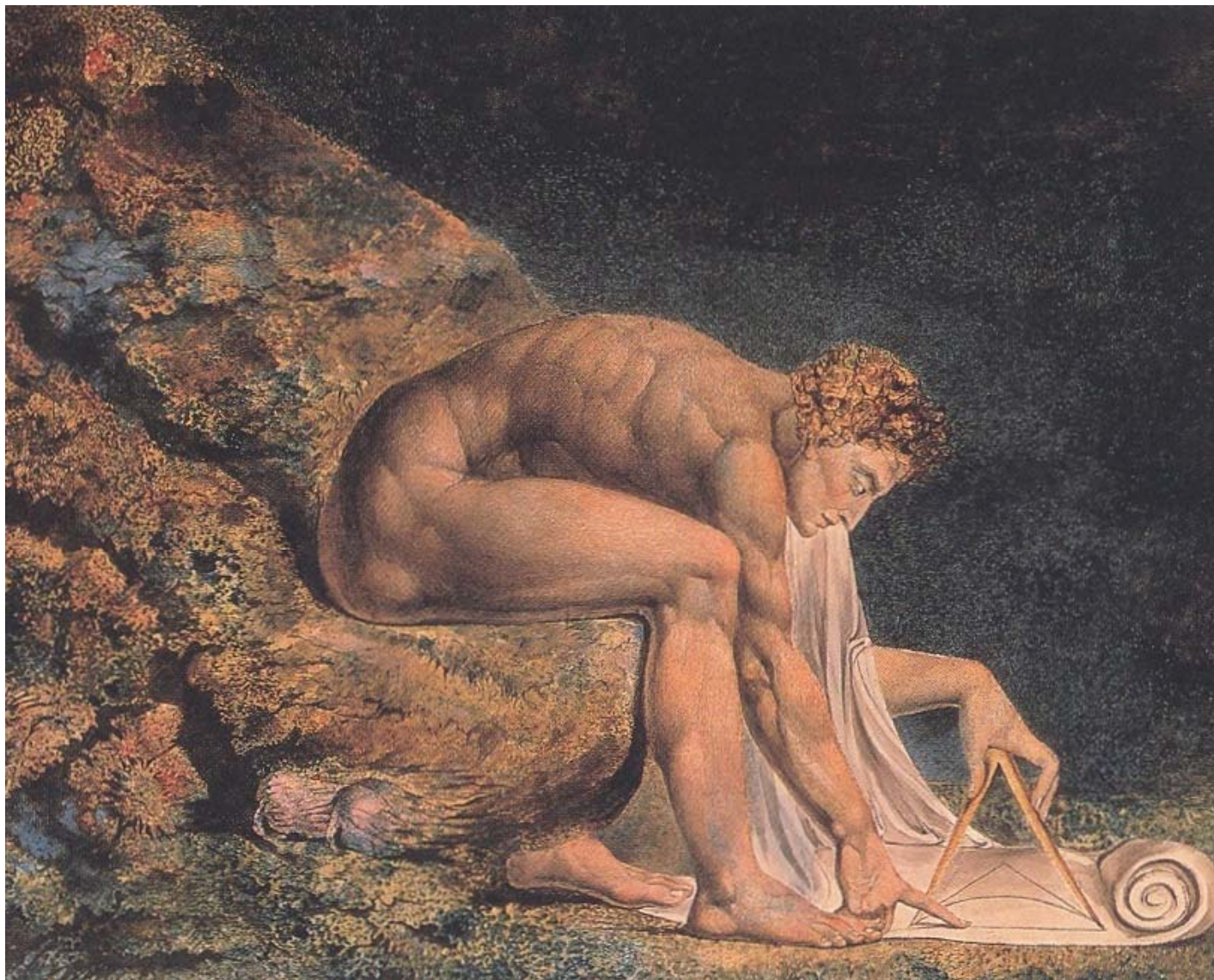
Software ...

- DMS Dynamic Mathematics Systems (GeoGebra)
  - for Analysis, for Geometry and some CAS
  - MatLab ....(now (since 2009) MuPAD integrated)
- CAS Computer-Algebra-Systems
  - Maxima, wxMaxima, free
  - TI-Nspire-CAS (formerly Derive) u.a.
  - Mathematica [www.mathematica.com](http://www.mathematica.com)
  - Maple [www.maplesoft.com](http://www.maplesoft.com),
  - MuPAD (Now Symbolic Toolbox in MatCad)

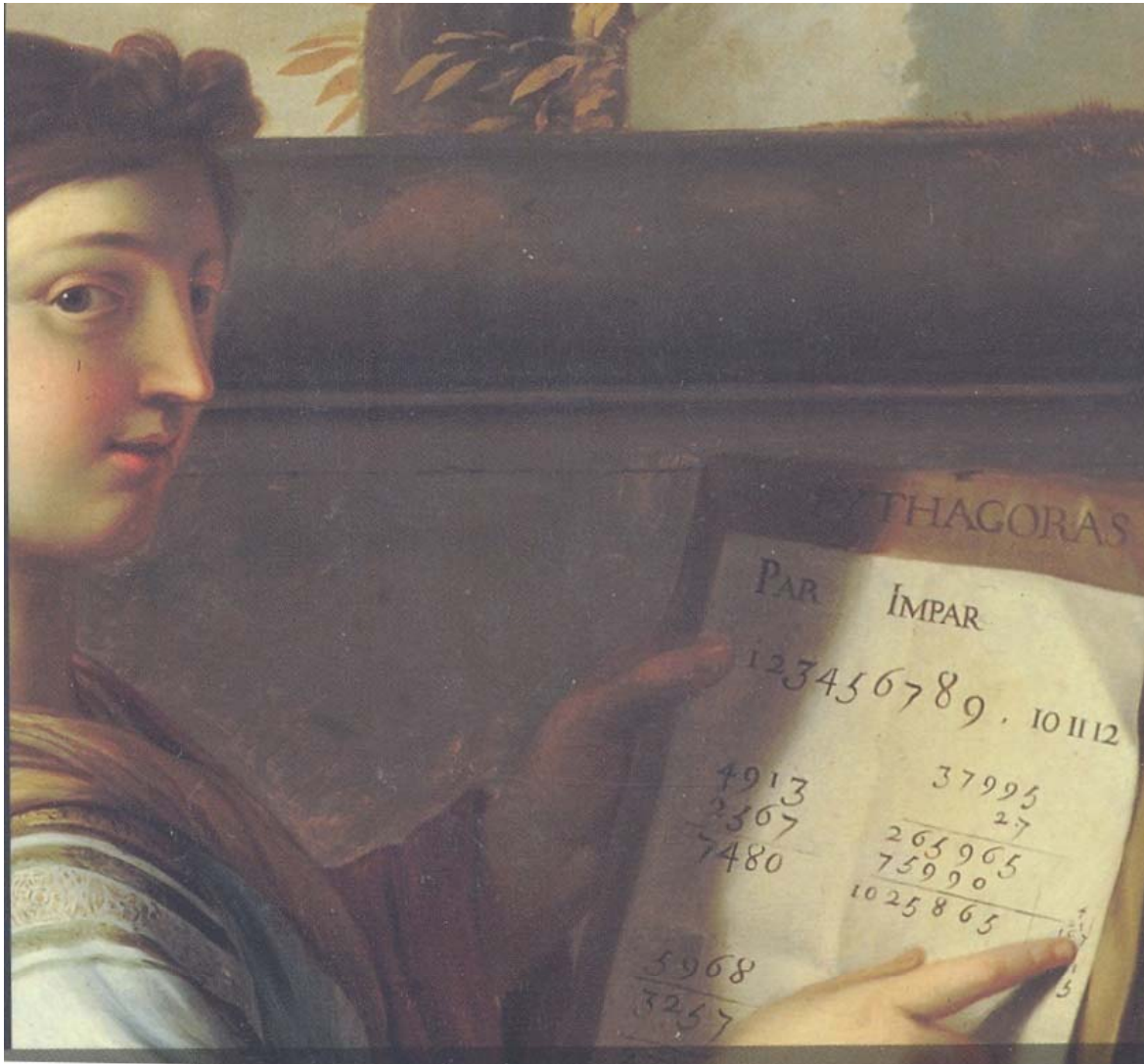


Kapitel 8

# Werkzeuge für die Mathematik



# Skills in Mathematics



Rechnen-  
können  
reicht  
nicht  
mehr!

To do calculations  
per hand ist not yet  
sufficient!