

## Bitte acht Bit für ein Byte oder warum funktioniert der Computer



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

## Eight Bits for One Byte or why does the computer work?



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

## Der Zahlen-Hellseher



Ich denke mir eine Zahl, die ist abgebildet auf  
Winter, Herbst und Frühling.

**Es ist die 13**

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

## The Number Visionary



I invent in mind a number from 1 to 15.  
I say: my number is shown on the cards of  
winter, autumn and spring.

**Which number is it?**

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

## Der Zahlen-Hellseher



Ich denke mir eine Zahl, die ist abgebildet auf  
Winter, Herbst und Frühling.

8 + 4 + 1

**Es ist die 13**

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

## The Number Visionary



I invent in mind a number between 1 and 15.  
I say: my number is shown on the cards of  
winter, autumn and spring.

8 + 4 + 1

**It is the 13.**

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

### Der Zahlen-Hellseher

Prof. Dr. Dörte Haftendorf,  
Universität Lüneburg,  
16. Dezember 2005

Mathix ist der Hellseher.  
Mathilde soll sich eine Zahl denken von 1 bis 15. (einschließlich)  
Dann soll sie auf alle Karten zeigen, auf denen ihre Zahl steht

Mathix sagt ihr dann nach kurzem Überlegen, welche Zahl sie sich gedacht hat.  
Mathilde will herausbekommen wie Mathix das macht.  
Einige Zahlen kommen nur auf einer einzigen Karte vor. Die sind der Schlüssel zur Lösung.

Mathilde macht eine Liste mit 4 Spalten für die 4 Karten, die oberste schreibt sie rechts hin.  
Dann trägt sie von 1 bis 15 darunter Kreuzchen ein, wenn die Zahl auf der Karte vorkommt, kommt sie nicht vor, trägt sie eine Null ein.  
Jetzt geht ihr ein Licht auf!  
Da sind die Zahlen dargestellt im Zweiersystem.  
Auch ohne diesen Hintergrund geht es: Die 10 z.B. ist auf der 2-Karte und auf der 8-Karte und sonst nirgends.

Wenn Mathilde also auf diese beiden Karten zeigt, rechnet Mathix  $2+8=10$  und weiß Mathildes Zahl.  
Für die Erzählung von diesem Spiel aus ihrer Kinderzeit danke ich Prof. Dr. Ruwisch.

7

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

### The Number Visionary

Prof. Dr. Dörte Haftendorf,  
Leuphana Universität Lüneburg,  
16. Dezember 2005

Mathix is the visionary.  
Mathilde shall invent a number in mind.  
The number shall be between 1 and 15 inclusively.  
The she shall name exact all season cards which show their number.  
After a short thought Mathix is able to say the number she have in mind.

Mathilde will find out how Mathix do so.  
Some numbers are only on one of the cards.  
They are the key to the solution.

Mathilde makes a list with 4 columns for the 4 cards.  
|| winter || autumn || summer || spring ||  
Then she note with a bar | all numbers from 1 to 15, if the card shows the number. If the card don't show the number, she note null 0.  
It suddenly dawns on Mathilde!  
There are the numbers shown in an obvious system. It is called the binary system.  
But she must not know this:  
The 10 e.g. is shown on the 2-card and on the 8-card and not on any other card.  
Now, if Mathilde shows this cards, Mathix calculate  
 $2+8=10$  and then he knows the number of Mathilde.  
Many thanks to my college Prof. Dr. Ruwisch for the narration of this game out of their childhood.

8

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

### Der Zahlen-Hellseher

#### The Number Visionary

				1	dezimal
				0	1
				1	2
				0	3
				1	4
				0	5
				1	6
				0	7
				1	8
				0	9
				1	10
				0	11
				1	12
				0	13
				1	14
				0	15

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

www.berendschn.com

32	33	34	35	16	17	18	19	8	9	10	11	4	5	6	7	2	3	6	7	1	3	5	7
36	37	38	39	20	21	22	23	12	13	14	15	10	11	14	15	10	11	14	15	9	11	13	15
40	41	42	43	24	25	26	27	24	25	26	27	20	21	22	23	18	19	22	23	17	19	21	23
44	45	46	47	28	29	30	31	28	29	30	31	28	29	30	31	26	27	30	31	25	27	29	31
48	49	50	51	48	49	50	51	40	41	42	43	36	37	38	39	34	35	38	39	33	35	37	39
52	53	54	55	52	53	54	55	44	45	46	47	44	45	46	47	42	43	46	47	41	43	45	47
56	57	58	59	56	57	58	59	56	57	58	59	52	53	54	55	50	51	54	55	49	51	53	55
60	61	62	63	60	61	62	63	60	61	62	63	60	61	62	63	58	59	62	63	57	59	61	63

You could by this game at Lüneburg tourist info, 2012 not yet available.

10

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

### Dualzahlen im Computer

0 | 001 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

↑ So sieht eine Kommazahl in unserem Computer aus.

Vorzeichenbit

11 Bit für den Exponenten

1 Bit = Informationsatom, Platz für 0 oder 1

64 Bit

1 Byte = 8 Bit

8 Byte für eine Kommazahl

11

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

### Binary Numbers in the Computer

0 | 001 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

↑ A floating point number, represented in our computers.

sign bit

11 bits for the exponent

1 bit = atom of information, one place for 0 or 1

64 bits

1 byte = 8 bits

8 bytes for one floating point number

12

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

## Binärsystem, Dualzahlen

0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Grundbedeutung:

Das Binärsystem ist ein Stellenwertsystem zur Basis 2.

Jede Stelle hat den Wert einer Zweierpotenz

1	0	1	0	1	0	
$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$	
32	16	8	4	2	1	
32		8		2		42



Anstelle von 2 kann man jede natürliche Zahl  $g$  nehmen.

Man erhält dann ein  **$g$ -adisches System**.

13

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Binary System, Binary Numbers

0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Main meaning:

The binary system is a place-value system with base 2.

Each place has as a value a power of 2.

1	0	1	0	1	0	
$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$	
32	16	8	4	2	1	
32		8		2		42



Instead of 2 you can take every natural number  $g$ .

Then you get a  **$g$ -adic system**.

14

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Binärsystem, Dualzahlen

0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Grundbedeutung:

Das Binärsystem ist ein Stellenwertsystem zur Basis 2.

Jede Stelle hat den Wert einer Zweierpotenz

1	0	1	0	1	0	
$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$	
32	16	8	4	2	1	
32		8		2		42



1 0 1 0 1 0 1

64 + 16 + 4 + 1 = 85

1 0 1 0 1 0 0 = 42

15

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Binary System, Binary Numbers

0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Main meaning:

The binary system is a place-value system with base 2.

Each place has the value of a power of 2.

1	0	1	0	1	0	
$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$	
32	16	8	4	2	1	
32		8		2		42



1 0 1 0 1 0 1

64 + 16 + 4 + 1 = 85

1 0 1 0 1 0 0 = 42

16

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Binärsystem, Dualzahlen

0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Double-Daddel-Methode

1 2 4 10 20 42 84  
1 0 1 0 1 0 1

nun Sie:

gg

17

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Binary System, Binary Numbers

0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Double-Daddel-Method

you double and you add

1 2 4 10 20 42 84  
1 0 1 0 1 0 1

now you

gg

18

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

### Binärsystem, Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Double-Daddel-Methode

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & 20 & & 84 \\
 & & 4 & & & & \\
 1 & 2 & 5 & 10 & 21 & 42 & 85 \\
 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
 \hline
 \text{mm Sie:} & & & & 48 & & 98 \\
 1 & 3 & 6 & 12 & 24 & 49 & 99 \\
 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1
 \end{array}$$

19

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

### Binary System, Binary Numbers

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Double-Daddel-Method

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & & 20 & & 84 \\
 & & 4 & & & & \\
 1 & 2 & 5 & 10 & 21 & 42 & 85 \\
 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
 \hline
 \text{now you} & & & & 48 & & 98 \\
 1 & 3 & 6 & 12 & 24 & 49 & 99 \\
 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1
 \end{array}$$

20

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

### Binärsystem, Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Doubel-Daddel-Methode anders herum

$$\begin{array}{cccc}
 1010010 & & 10011010 & \\
 1\ 2\ 4\ 10\ 20\ 40\ 82 & & 1\ 2\ 4\ 8\ 18\ 38\ 76\ 154 & \\
 \quad 5 \quad \quad 48 & & \quad 9/19 \quad 77 & \\
 \hline
 \end{array}$$

21

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

### Binary System, Binary Numbers

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

doubel-daddel method vice versa

$$\begin{array}{cccc}
 1010010 & & 10011010 & \\
 1\ 2\ 4\ 10\ 20\ 40\ 82 & & 1\ 2\ 4\ 8\ 18\ 38\ 76\ 154 & \\
 \quad 5 \quad \quad 48 & & \quad 9/19 \quad 77 & \\
 \hline
 \end{array}$$

22

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

### Binärsystem, Rechnen mit Dualzahlen

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Addition in Binärsystem

$$\begin{array}{r}
 1011 \quad 1101 \\
 + \quad 101 \quad + \quad 101 \\
 \hline
 \end{array}$$

Multiplikation in Binärsystem

$$\begin{array}{r}
 413 \cdot 27 \\
 \underline{816} \\
 8804 \\
 \hline
 11154
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1101 \cdot 101 \\
 \underline{1101} \\
 11010 \\
 \hline
 11154
 \end{array}$$

23

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

### Binary System, to Calculate with Binary Numbers

0 | 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

addition in the binary system:

$$\begin{array}{r}
 1011 \quad 1101 \\
 + \quad 101 \quad + \quad 101 \\
 \hline
 \end{array}$$

multiplikation in the binary system

$$\begin{array}{r}
 413 \cdot 27 \\
 \underline{816} \\
 8804 \\
 \hline
 11154
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1101 \cdot 101 \\
 \underline{1101} \\
 11010 \\
 \hline
 11154
 \end{array}$$

24

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

## Binärsystem, Rechnen mit Dualzahlen

0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Addition in Binärsystem

$$\begin{array}{r} 1011 \\ + 101 \\ \hline 10000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1101 \\ + 101 \\ \hline 10010 \end{array}$$

Multiplikation in Binärsystem

$$\begin{array}{r} 1101 \cdot 101 \\ \hline 1101 \\ 0 \\ \hline 11010 \\ \hline 1000001 \end{array} \quad \begin{array}{r} 413 \cdot 27 \\ \hline 826 \\ 2801 \\ \hline 111151 \end{array}$$

25

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

## Binary System, to Calculate with Binary Numbers

0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

addition in the binary system:

$$\begin{array}{r} 1011 \\ + 101 \\ \hline 10000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1101 \\ + 101 \\ \hline 10010 \end{array}$$

multiplikation in the binary system

$$\begin{array}{r} 1101 \cdot 101 \\ \hline 1101 \\ 0 \\ \hline 11010 \\ \hline 1000001 \end{array} \quad \begin{array}{r} 413 \cdot 27 \\ \hline 826 \\ 2801 \\ \hline 111151 \end{array}$$

26

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

## Binärsystem, Rechnen mit Dualzahlen

0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Multiplikation in Binärsystem

$$\begin{array}{r} 1101 \cdot 101 \\ \hline 11010 \\ 0 \\ \hline 11010 \\ \hline 1000001 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1101110 \cdot 10011 \\ \hline 110111000 \\ 1101110 \\ \hline 1101110 \\ \hline 100000101010 \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \quad \quad 2 \end{array}$$

Das geht ja ganz ohne Kopfrechnen!!!  
Eben: Computer sind ja auch dumm.

27

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

## Binary System, to Calculate with Binary Numbers

0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

multiplikation in the binary system

$$\begin{array}{r} 1101 \cdot 101 \\ \hline 11010 \\ 0 \\ \hline 11010 \\ \hline 1000001 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1101110 \cdot 10011 \\ \hline 110111000 \\ 1101110 \\ \hline 1101110 \\ \hline 100000101010 \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \quad \quad 2 \end{array}$$

That is yet without mental arithmetic!!!  
Indeed: Computers are quite stupid.

28

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

## Binärsystem und Hexadezimalsystem

0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Jeder Viererblock wird in eine Hex-Ziffer übersetzt

1100 1110 1

0,1,2,...9,A,B,C,D,E,F

10=A=1010

11=B=1011

12=C=1100

13=D=1101

14=E=1110

15=F=1111

29

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

## Binary System and Hexadecimal System

0 101 0010 0001 | 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Every block of 4 bits will be translated into a hexadecimal digit.

1100 1110 1

You must begin at the right!

0,1,2,...9,A,B,C,D,E,F

10=A=1010

11=B=1011

12=C=1100

13=D=1101

14=E=1110

15=F=1111

30

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

## Binärsystem und Hexadezimalsystem

0 101 0010 0001 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Jeder Viererblock wird in eine Hex-Ziffer übersetzt

Man muss rechts anfangen!

1,2,...9,A,B,C,D,E,F

10=A=IOIO

11=B=IOII

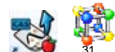
12=C=IIOO

13=D=IIOI

14=E=IIIO

15=F=IIII

$$\begin{array}{r}
 110011101 \\
 \hline
 1 \quad 9 \quad D \\
 +1 \cdot 16^2 + 9 \cdot 16 + 13 = 413
 \end{array}$$



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Binary System and Hexadecimal System

0 101 0010 0001 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

Every block of 4 bits will be translated into a hexadecimal digit.

You must begin at the right!

1,2,...9,A,B,C,D,E,F

10=A=IOIO

11=B=IOII

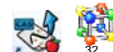
12=C=IIOO

13=D=IIOI

14=E=IIIO

15=F=IIII

$$\begin{array}{r}
 110011101 \\
 \hline
 1 \quad 9 \quad D \\
 +1 \cdot 16^2 + 9 \cdot 16 + 13 = 413
 \end{array}$$



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Binärsystem, Dualzahlen

Jeder Platz ist ein „Bit“, acht Bit sind in „Byte“

0 101 0010 0001 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

F 8 F 0 F A F  
← weiter

$$\begin{array}{r}
 111101010110 \\
 \hline
 \text{Bin-} \\
 \text{Hex- und Dez-} \\
 \text{Übung}
 \end{array}$$



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Binary System, Binary Numbers

every place is one „bit“, eight bits make one „byte“

0 101 0010 0001 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

F 8 F 0 F A F  
← further

$$\begin{array}{r}
 111101010110 \\
 \hline
 \text{binary, hexadecimal} \\
 \text{and decimal} \\
 \text{exercises}
 \end{array}$$



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Binärsystem, Dualzahlen

Jeder Platz ist ein „Bit“, acht Bit sind in „Byte“

0 101 0010 0001 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

+5 2 1 1 A F E 9 A F 8 F 0 F A F  
← weiter

$$\begin{array}{r}
 111101010110 \\
 \hline
 F \quad 1 \quad 5 \quad 6 \\
 15 \cdot 16^2 + 5 \cdot 16 + 6 = 3926 \\
 \hline
 13 \quad 7 \quad 15 \quad 30 \quad 61 \quad 122 \quad 245 \quad 490 \quad 981 \quad 1963 \quad \underline{3926} \\
 111101010110
 \end{array}$$

Bin-  
Hex- und Dez-  
Übung



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Binary System, Binary Numbers

Jeder Platz ist ein „Bit“, acht Bit sind in „Byte“

0 101 0010 0001 0001 0001 1111 1110 1001 1010 1111 1000 1111 0000 1111 1010 1111

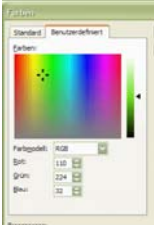
+5 2 1 1 A F E 9 A F 8 F 0 F A F  
← further

$$\begin{array}{r}
 111101010110 \\
 \hline
 F \quad 1 \quad 5 \quad 6 \\
 15 \cdot 16^2 + 5 \cdot 16 + 6 = 3926 \\
 \hline
 13 \quad 7 \quad 15 \quad 30 \quad 61 \quad 122 \quad 245 \quad 490 \quad 981 \quad 1963 \quad \underline{3926} \\
 111101010110
 \end{array}$$

binary hexadecimal  
and decimal  
exercises



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>



## Farben

● Rot 153, Grün 204, Blau 0  
● # 99 CC 00  
● `<body bgcolor="ffffee">`

**Mathematik für alle**

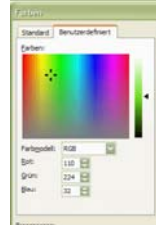
`color="#800000"><b>Mathematik f&uuml;r alle</b><br>mnibus-leu.gif" width="312" height="127" alt=""`

Rot: Hex  $80=8*16=128$ , Grün 0, Blau 0

In Html werden die Farben hexadezimal angegeben mit zwei Ziffern pro Farbe. FF ist also maximal möglich.

37

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>



## colors

● red 153, green 204, blue 0  
● # 99 CC 00  
● `<body bgcolor="ffffee">`

**Mathematik für alle**


`color="#800000"><b>Mathematik f&uuml;r alle</b><br>mnibus-leu.gif" width="312" height="127" alt=""`

red: hex  $80=8*16=128$ , green 0, blue 0

In html it is nessecary to give the colors as a hexadecimal number. It has two digits per color. So is FF maximal possible.

38

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>



## Farben

● #FFFFFF  
● FF=255 Weiße Farbe

● 256 Möglichkeiten pro Farbe

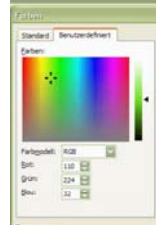
für jede Farbe 1 Byte= 3 Byte pro Pixel

$256^3 = 16777216 \approx 16\text{Mill.}$

Farb-Möglichkeiten

39

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>



## colors

● #FFFFFF  
● FF=255 white color

● 256 options for every color

for every color 1 byte= 3 byte per Pixel

$256^3 = 16777216 \approx 16\text{Mill.}$


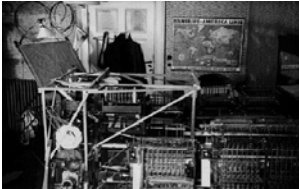
color options

40

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

## Werkzeuge für die Mathematik

Konrad Zuse  
1910-1995

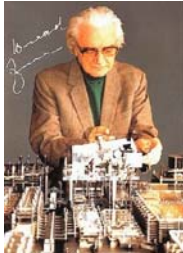

Z1 von Zuse 1936 [www.zuse.de](http://www.zuse.de)  
erster frei programmierbare Computer,  
Zuse 1986 mit einem Nachbau

41

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

## Tools for Mathematics

Konrad Zuse  
Berlin u.a.  
1910-1995

Z1 of Zuse 1936 [www.zuse.de](http://www.zuse.de)  
first free progammable computer,  
Zuse 1986 with a replica.

42

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

## Werkzeuge für die Mathematik

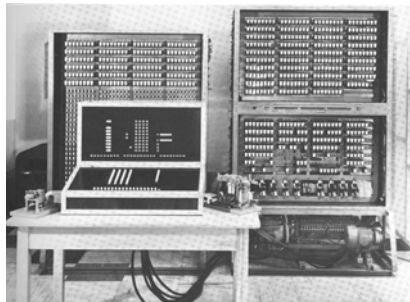


Bild 40  
ZUSE Z 3, das erste  
benutzbarste  
programmgesteuerte  
Rechengerät der  
Welt, fertiggestellt  
1941, Rekonstruktion

Zuse Z3  
Elektronisch mit  
Relais

1941

der erste funktionsfähige, frei programmierbare, auf dem binären Zahlensystem (Gleitkommazahlen) und der binären Schaltungstechnik basierende Rechner der Welt.

43

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Tools for Mathematics

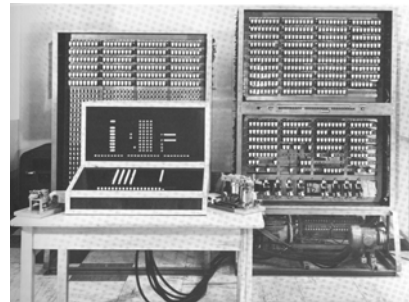


Bild 40  
ZUSE Z 3, das erste  
benutzbarste  
programmgesteuerte  
Rechengerät der  
Welt, fertiggestellt  
1941, Rekonstruktion

Zuse Z3  
elektronical  
with relays

1941

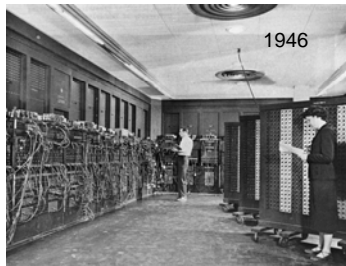
The first functioning, computer of the world, which was free programmable, based on floating point numbers in the binary system and binary circuit logic.

44

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Werkzeuge für die Mathematik

Der **Electronic Numerical Integrator and Computer** (ENIAC) war der erste rein elektronische Universalrechner.



1946

Der ENIAC bestand aus 40 parallel arbeitenden Komponenten, von denen jede 60 cm breit, 270 cm hoch und 70 cm tief war. Die komplette Anlage war in U-Form aufgebaut, beanspruchte eine Fläche von 10 m x 17 m und wog 27 Tonnen. Er bestand aus 17.468 Elektronenröhren, 7.200 Dioden, 1.500 Relais, 70.000 Widerständen und 10.000 Kondensatoren. Die Leistungsaufnahme lag bei 174 kW. Der Bau des ENIAC kostete 468.000 US-\$ – ein Beitrag, der nur aufgrund des hohen Bedarfs an Rechenleistung seitens der US-Armee zur Verfügung stand (entspricht einem heutigen Wert von ungefähr 6.360.000 US-\$).<sup>[1]</sup> Im Vergleich zu seinen Vorgängern beeindruckt der ENIAC schon durch seine schiere Größe.

Wikipedia->Eniac

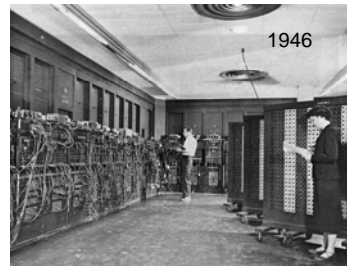
45

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Tools for Mathematics

The **Electronic Numerical Integrator and Computer** (ENIAC) had been the first pure electrical universal computer.

Universalrechner.



1946

ENIAC contained 17,468 vacuum tubes, 7,200 crystal diodes, 1,500 relays, 70,000 resistors, 10,000 capacitors and around 5 million hand-soldered joints. It weighed more than 30 short tons (27 t), was roughly 8 by 3 by 100 feet (2.4 m x 0.9 m x 30 m), took up 1800 square feet (167 m<sup>2</sup>), and consumed 150 kW of power.<sup>[1][2]</sup> This led to the rumor that whenever the computer was switched on, lights in Philadelphia dimmed.<sup>[3]</sup> Input was possible from an IBM card reader, and an IBM card punch was used for output. These cards could be used to produce printed output offline using an IBM accounting machine, such as the IBM 405.

Wikipedia->Eniac

46

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Werkzeuge für die Mathematik

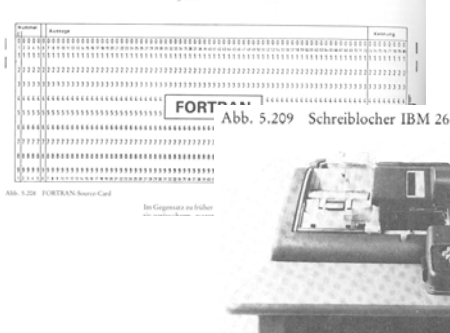


Abb. 5.209 Schreiber IBM 26

Abb. 5.208 FORTRAN Source Card

1972 Technische Uni Hannover

47

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Tools for Mathematics

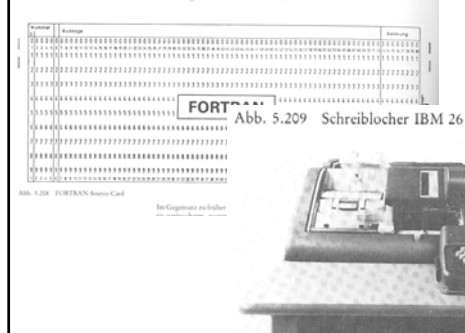


Abb. 5.209 Schreiber IBM 26

Abb. 5.208 FORTRAN Source Card

1972 Technische Uni Hannover

48

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>



## Werkzeuge für die Mathematik

1973 Erste Taschenrechner bei uns

Etwa 1979 erste Computer mit Bildschirm bei uns

1989 Erste PCs an Schulen, Mathematica, Derive

Derive  
Nicht mehr da, jetzt TI-Nspire CAS

Frei verfügbar  
Computer-Algebra-Systeme  
Bei GeoGebra ist ein CAS schon als Beta-Version da

MuPAD  
Nicht mehr da

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

## Tools for Mathematics

1973 the first handheld calculators in Germany

1974 and ca. 1979 first computers with screens in my life

1989 first PCs in schools, derive, mathematica and so on

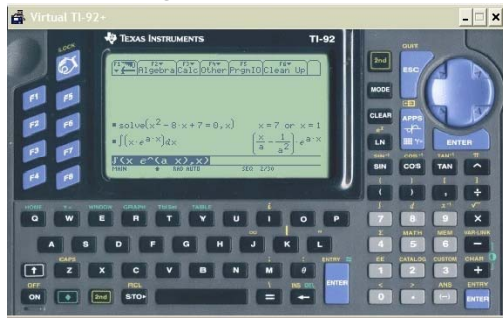
Derive  
no longer, now in TI-Nspire CAS

this in free download available  
Computer-Algebra-Systeme  
In GeoGebra is a CAS already in beta version available

MuPAD  
no longer, in MatCad now

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

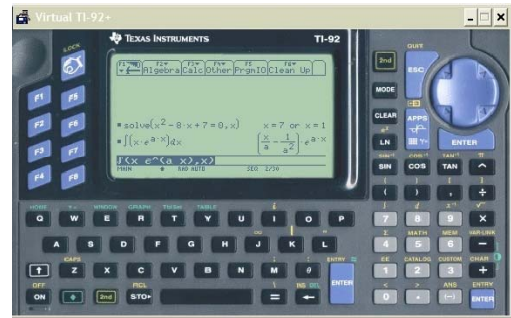
## Werkzeuge für die Mathematik



Mitte der 90-iger Jahre ( 1995 bei uns)

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

## Tools for Mathematics



middle of the 90th ( 1995 in Germany)

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

## Werkzeuge für die Mathematik

TI Nspire CAS 2007-2013...

Welche der Kurven berührt die x-Achse?

$$\text{solve} \left( \frac{d}{dx}(f(x))=0, x \right)$$

$$\rightarrow x = \frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3} \text{ and } k \geq 0 \text{ or } x = \frac{-\sqrt{3 \cdot k}}{3} \text{ and } k \geq 0$$

$$y_{\text{ex}} = f \left( \frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3} \right) \rightarrow \frac{2 \cdot k^2 \cdot \sqrt{3}}{9} - 1$$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

## Tools for Mathematics

TI Nspire CAS 2007-2013...

Which of the curves is touching the x-axis?

$$\text{solve} \left( \frac{d}{dx}(f(x))=0, x \right)$$


$$\rightarrow x = \frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3} \text{ and } k \geq 0 \text{ or } x = \frac{-\sqrt{3 \cdot k}}{3} \text{ and } k \geq 0$$

$$y_{\text{ex}} = f \left( \frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3} \right) \rightarrow \frac{2 \cdot k^2 \cdot \sqrt{3}}{9} - 1$$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

## Werkzeuge für die Mathematik

Freies Tool im Web, auch für Smartphone + Co  
www.wolframalpha.com


 solve[D[x^3-k\*x+1,x]]

Welche der Kurven berührt die x-Achse?

$\text{solve}\left(\frac{d}{dx}(f(x))=0,x\right)$   
 $\rightarrow x = \frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3}$  and  $k \geq 0$  or  $x = -\frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3}$  and  $k \geq 0$


$y_{\text{ex}} = f\left(\frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3}\right) \rightarrow \frac{2 \cdot k^2 \cdot \sqrt{3}}{9} - 1$

Input interpretation:  
 solve  $\frac{d(x^3 - kx + 1)}{dx} = 0$   
 Result:  
 $x = \pm \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{3}} \approx \pm (0.57735 \sqrt{k})$   
 Computed by Wolfram Mathematica

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Tools for Mathematics

Free Tool in the web, also available for smartphone + Co  
www.wolframalpha.com


 solve[D[x^3-k\*x+1,x]]

Which of the curves is touching the x-axis?

$\text{solve}\left(\frac{d}{dx}(f(x))=0,x\right)$   
 $\rightarrow x = \frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3}$  and  $k \geq 0$  or  $x = -\frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3}$  and  $k \geq 0$

$y_{\text{ex}} = f\left(\frac{\sqrt{3 \cdot k}}{3}\right) \rightarrow \frac{2 \cdot k^2 \cdot \sqrt{3}}{9} - 1$

Input interpretation:  
 solve  $\frac{d(x^3 - kx + 1)}{dx} = 0$   
 Result:  
 $x = \pm \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{3}} \approx \pm (0.57735 \sqrt{k})$   
 Computed by Wolfram Mathematica

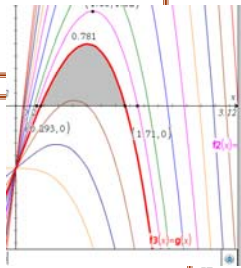
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Werkzeuge für die Mathematik

- TR einfache Taschenrechner
- GTR grafikfähige Taschenrechner
- CAS-TR Computer-Algebra-fähige Taschenrechner

Software, gegliedert nach

- Numerisch-basierten Werkzeugen
- Graphischen Unterstützungen (sind auch numerisch)
- CAS Computer-Algebra-Systemen



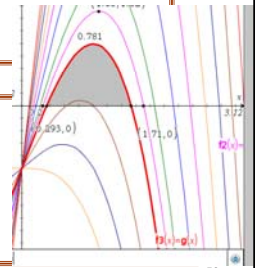
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Tools for Mathematics

- TR simple calculators
- GTR calculator with graphics
- CAS-TR handheld computer with algebra and graphics

Software, sorted by

- numerical based tools
- graphic supports, they also work numerical
- CAS Computer Algebra Systems



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Werkzeuge für die Mathematik

Software

- Numerisch-basierte Werkzeuge
  - Tabellenkalkulationen, Statistik-Tools
  - Numerische Mathe-Tools (Mathe-Ass, Winfunktion, Turboplot, ... (können auch Funktionsgraphen zeichnen)
  - CAM Computer Aided Manufacturing
- Graphische Unterstützungen (sind auch numerisch)
  - DGS= Dynamische Geometriesysteme, GeoGebra, Euklid-Dynageo....
  - CAD Computer Aided Design
  - Darstellungssoftware (für Virtuelle Welten. Küchenplaner, ...)
- CAS Computer-Algebra-Systeme



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Tools for Mathematics

Software

- Numerically based tools
  - spreadsheets, e.g. excel, Tools for statistical usage
  - numerical math tools which can do numerical tasks and functions plotting
  - CAM Computer Aided Manufacturing
- Graphical Supports (They are mostly only numerical)
  - DGS= Dynamic Geometry Systems: GeoGebra, Euklid-Dynageo....
  - CAD Computer Aided Design
  - Software for virtual reality, kitchen planer ....
- CAS Computer-Algebra-Systeme



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Werkzeuge für die Mathematik

Software ...

- DMS Dynamische Mathematiksysteme (GeoGebra)
  - für Analysis, für Geometrie und etwas CAS
  - MatLab ....(hat jetzt (seit2009) MuPAD integriert)
- CAS Computer-Algebra-Systeme
  - Maxima, wxMaxima, free
  - TI-Nspire-CAS (ehemals Derive) u.a.
  - Mathematica [www.mathematica.com](http://www.mathematica.com) Kapitel 8
  - Maple [www.maplesoft.com](http://www.maplesoft.com),
  - MuPAD (Jetzt Symbolic Toolbox bei MathWorks)



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Tools for Mathematics

Software ...

- DMS Dynamic Mathematics Systems (GeoGebra)
  - for Analysis, for Geometry and some CAS
  - MatLab ....(now (since 2009) MuPAD integrated)
- CAS Computer-Algebra-Systems
  - Maxima, wxMaxima, free
  - TI-Nspire-CAS (formerly Derive) u.a.
  - Mathematica [www.mathematica.com](http://www.mathematica.com) Kapitel 8
  - Maple [www.maplesoft.com](http://www.maplesoft.com),
  - MuPAD (Now Symbolic Toolbox in MatCad)



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>

## Werkzeuge für die Mathematik



63

## Skills in Mathematics



Rechnen-  
können  
reicht  
nicht  
mehr!

To do calculations  
per hand ist not yet  
sufficient!

64

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 <http://www.leuphana.de/matheornibus>