frei verformbare Parabel

Polynomräume **VP2 Raum der Polynome bis zum 2. Grad**

Prof Dr. Dörte Haftendorn 2012 Definition einer Parabel, die durch 3 frei ziehbare Punkte verläuft.

Lagrange−Interpolation Ausgangssituation A=[1,2]; B=[3,5]; C=[4,3]

apx **bpx**:=3 **cpx**:=4 Das Handwerk zum Punktesetzen und "zugfest" machen
apy **bpy**:=5 **cpy**:=3 ist auf Seite 2 des nächsten Problems beschrieben.

la1(x):=$(x-$**bpx**$)\cdot(x-$**cpx**$)$ ▸ *Fertig* **la1**(x) ▸ $(x-4)\cdot(x-3)$ **c1**:=$\frac{\text{apy}}{\text{la1(apx)}}$ ▸ $\frac{1}{3}$

la2(x):=$(x-$**apx**$)(x-$**cpx**$)$ ▸ *Fertig* **la2**(x) ▸ $(x-4)\cdot(x-1)$ **c2**:=$\frac{\text{bpy}}{\text{la2(bpx)}}$ ▸ $\frac{-5}{2}$

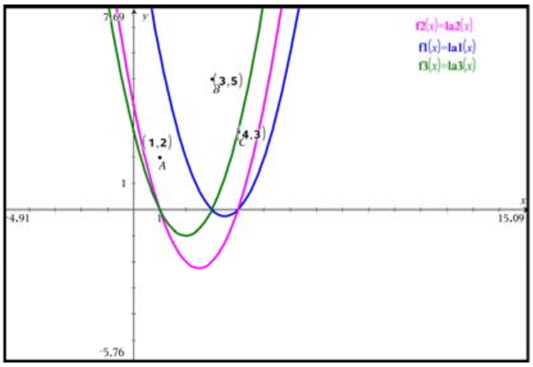
la3(x):=$(x-$**apx**$)(x-$**bpx**$)$ ▸ *Fertig* **la3**(x) ▸ $(x-3)\cdot(x-1)$ **c3**:=$\frac{\text{cpy}}{\text{la3(cpx)}}$ ▸ 1

Die Polynome la1, la2 und la3 sind linear unabhängig, wie man sich eicht überlegt.

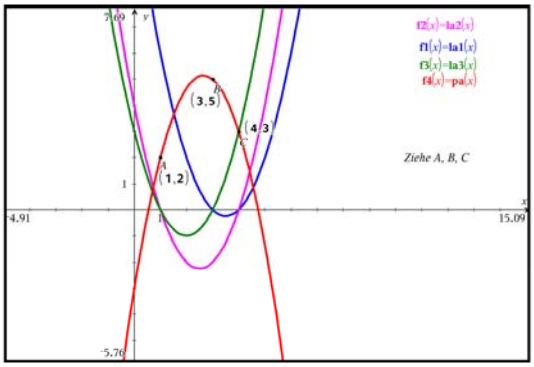
Da es die Standandbasis $[1 \quad x \quad x^2]$ in diesem Vektorraum gibt, daher spannen auch die drei Lagrange−Polynomdiesen VP2 auf. **pa**(x):=**c1**$\cdot$**la1**(x)+**c2**$\cdot$**la2**(x)+**c3**$\cdot$**la3**(x) ▸ *Fertig*

pa(x) ▸ $\frac{-7\cdot x^2}{6}+\frac{37\cdot x}{6}-3$ **Jedes andere Polynom ist einen Linearkomination aus ihnen.**

1.1



1.2



1.3

Auffassung:

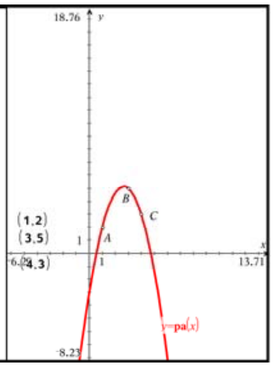
Wenn pa(x) nun die Grenzkosten sind (Ableitung der Kostenfunktion)

dann ist **kv**(x):=$\int$*lag*$(x)\,dx$ ▸ *Fertig*

kv(x) ▸ $\int$*lag*$(x)\,dx$

die Funktion der "variablen Kosten"

Dieses alles ist im nächsten Problem weiter ausgeführt.



1.4

Wirtschaftsfunktionen

Wirtschaftsfunktionen. Die freie Parabel aus dem 1. Problem sei nun grenk(x), die Grenzkosten−Fkt.(Ableitung der Kostenfunktion)

Dann ist **kv**(x):=$\int$**grenzk**$(x)\,dx$ ▸ *Fertig*

kv(x) ▸ $\frac{4\cdot x^3}{9}-\frac{19\cdot x^2}{6}+9\cdot x$

die Funktion der "variablen Kosten"

Für die Zeichnung sind die Fixkosten auf 5 gesetzt.**kf**:=5 ▸ 5

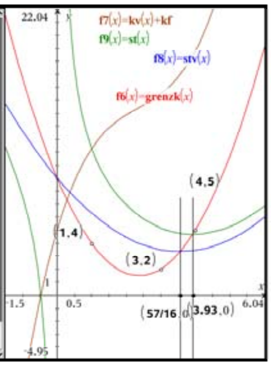
Stückkosten **st**(x):=$\frac{\text{kv}(x)+\text{kf}}{x}$ ▸ *Fertig*

variable Stückkosten **stv**(x):=$\frac{\text{kv}(x)}{x}$ ▸ *Fertig*

Berechnungennächste Seite

kpug ▸ $\frac{215}{64}$ **lpug** ▸ 4.69166

Ziehe die Hohlkreispunkte (Definitionenunten)



2.1

Weitere Berechnungen

bmi:=zeros(grenzk(x)−**stv**(x),x) ▸ $\{0,\frac{57}{16}\}$ **bmin**:=**bmi**[2] ▸ $\frac{57}{16}$ Betriebsminimum

bma:=zeros(grenzk(x)−**st**(x),x) ▸ {3.92721} **bmax**:=**bma**[1] ▸ 3.92721 Betriebsmaximum

kpug:=**stv**(**bmin**) ▸ $\frac{215}{64}$ **kpug** ▸ 3.35938 kurzfristige Preisuntergrenze

lpug:=**st**(**bmax**) ▸ 4.69166 langfristige Preisuntergrenze

Handwerk: Will man, dass ein Punkt von zweiVariablen a und b abhängt, geht man so vor:

Gib a und b Werte: ax:=3 und ay:=5. Mache eine Graphfenster auf. Wähle im Werkzeugmenü Geometrie −> Punkt. Klicke irgendwo in die Zeichenfläche. Es erscheint ein Punkt. Benennen: Markiere ihn und wähle Beschriftung . Trage A ein (dies hat keine Wirkung auf die Werte). Markiere A und wähle **Kordinaten/Gleichungen.**enter. Es erscheinen die Koordinaten. Markiere die erste und wähle mit re−Maus **Variablen −>veknüpfenmit** −> ax. Mache es ebenso mit der Ordinate von A. Zieht man nun am Punkt, so ändern sich seine Koordinaten. Ändert man die Kordinaten in der Koordinatenanzeigeoder im Notesfenster, springt A an die gewünschte Stelle.

2.2

VP2. Raum der Polynome bis zum 2. Grad

Lagrange−Interpolation Ausgangssituation A=[1,4]; B=[3,2]; C=[4,5]

Wirtschaftabeispiel, bei dem man die Grenzkostenfunktion durch Ziehen an A,B,C modellieren kann.

apx **bpx**:=3 **cpx**
apy **bpy**:=2 **cpy**

la1(x):=$(x-$**bpx**$)\cdot(x-$**cpx**$)$ **la1**(x) **c1**:=$\frac{\text{apy}}{\text{la1(apx)}}$

la2(x):=$(x-$**apx**$)(x-$**cpx**$)$ **la2**(x) **c2**:=$\frac{\text{bpy}}{\text{la2(bpx)}}$

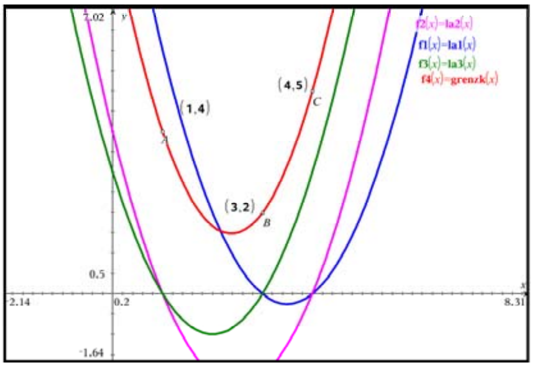
la3(x):=$(x-$**apx**$)(x-$**bpx**$)$ **la3**(x) **c3**:=$\frac{\text{cpy}}{\text{la3(cpx)}}$

grenzk(x):=**c1**$\cdot$**la1**(x)+**c2**$\cdot$**la2**(x)+**c3**$\cdot$**la3**(x) **grenzk**(x)

Es folgen die typischen Wirtschaftsfunktionen und Berechnungenfür Wirtschaftsbegriffe.

Das ganze Problem 2 hängt vin A, B, C ab.

2.3



2.4