Ein Blick ----- Einblick

Wie wir in „Mathematik für alle“ die Welt der Mathematik sehen

Ein Weg ist gangbar vorbereitet

Venediger Höhenweg, gebaut vom Alpenverein

Ich bin für Sie der Alpenverein der Mathematik!

Exponentialfunktion

Exp-fkt

$$f(x) = k^x$$

$k > 0,\ Def = \mathbb{R}$

$k = 0,\ Def = \mathbb{R}^+$

Basis k >1

Basis k mit 0<k <1

für Basis k <0 ist f nicht definiert

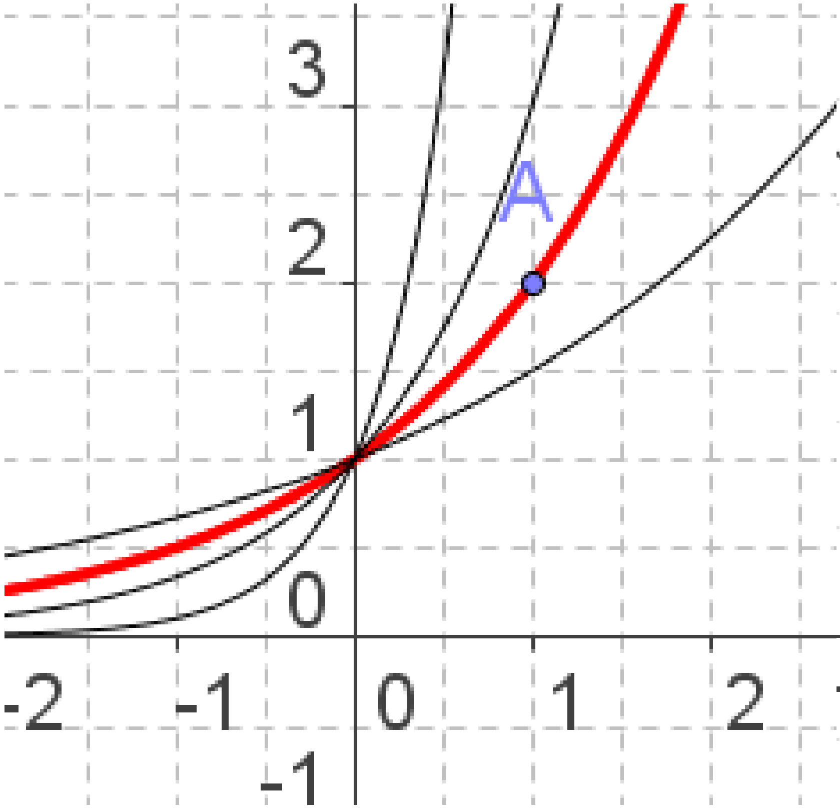
Exponentialfunktion

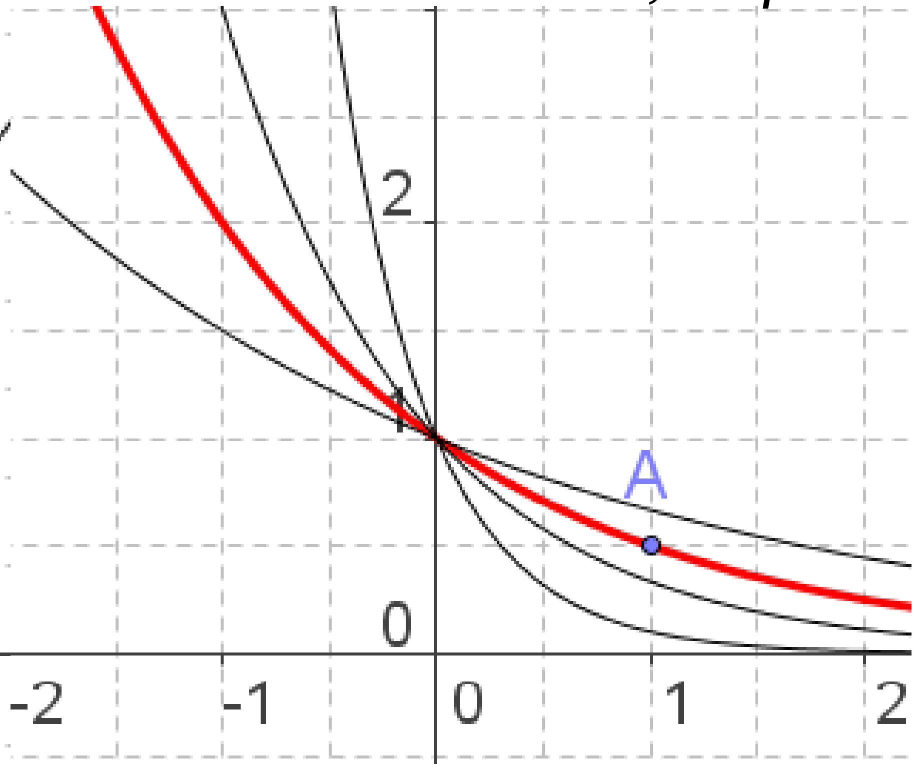
Exp-fkt

$$f(x) = k^x$$

$k > 0,\ Def = \mathbb{R}$

$k = 0,\ Def = \mathbb{R}^+$





Basis k >1

Basis k mit 0<k <1

für Basis k <0 ist f nicht definiert

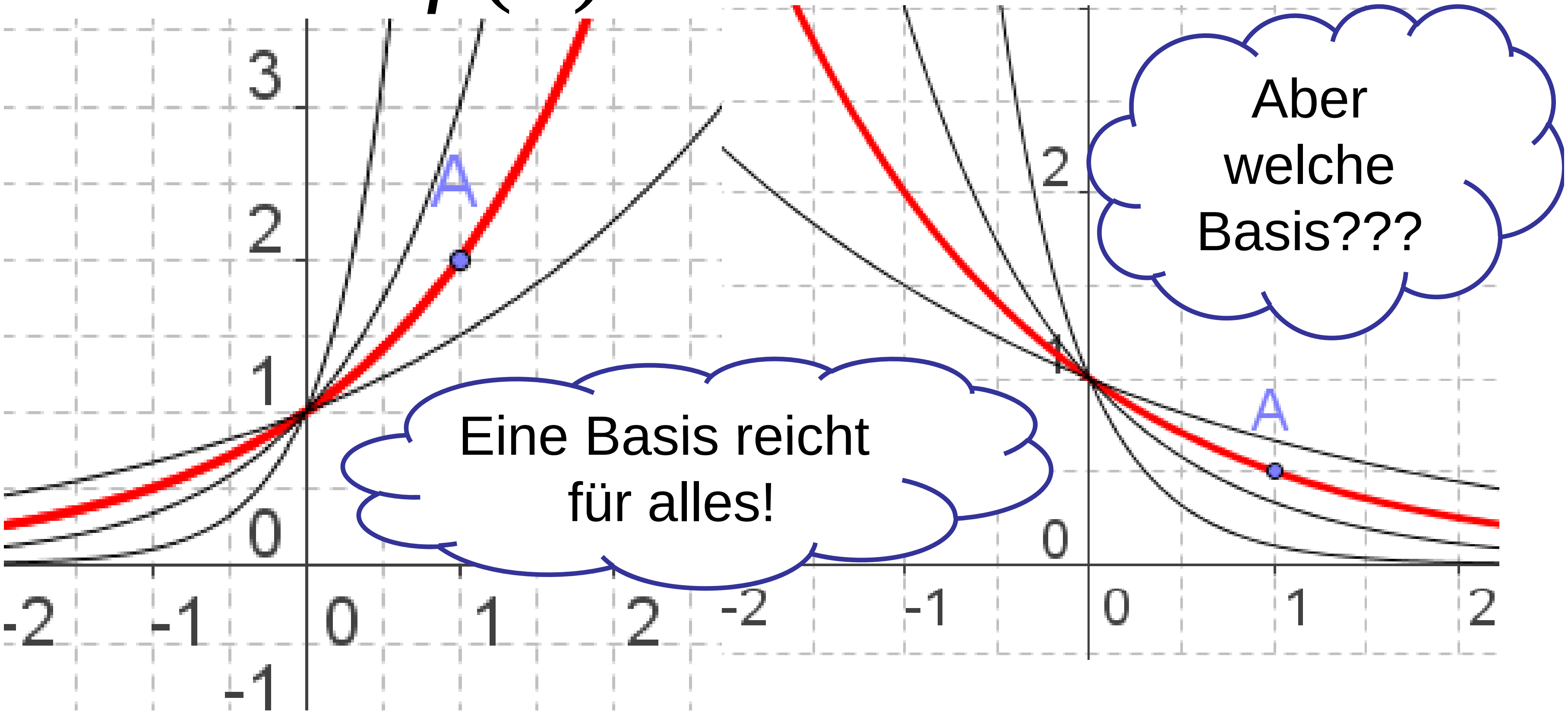
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 http://www.leuphana.de/matheomnibus

Exponentialfunktion

Exp-fkt

$$f(x) = basis^{r \cdot x}$$

$basis > 1$



$r > 0,\ Asymptote\ \ neg.\ x - Achse \qquad r < 0,\ Asymptote\ \ pos.\ x - Achse$

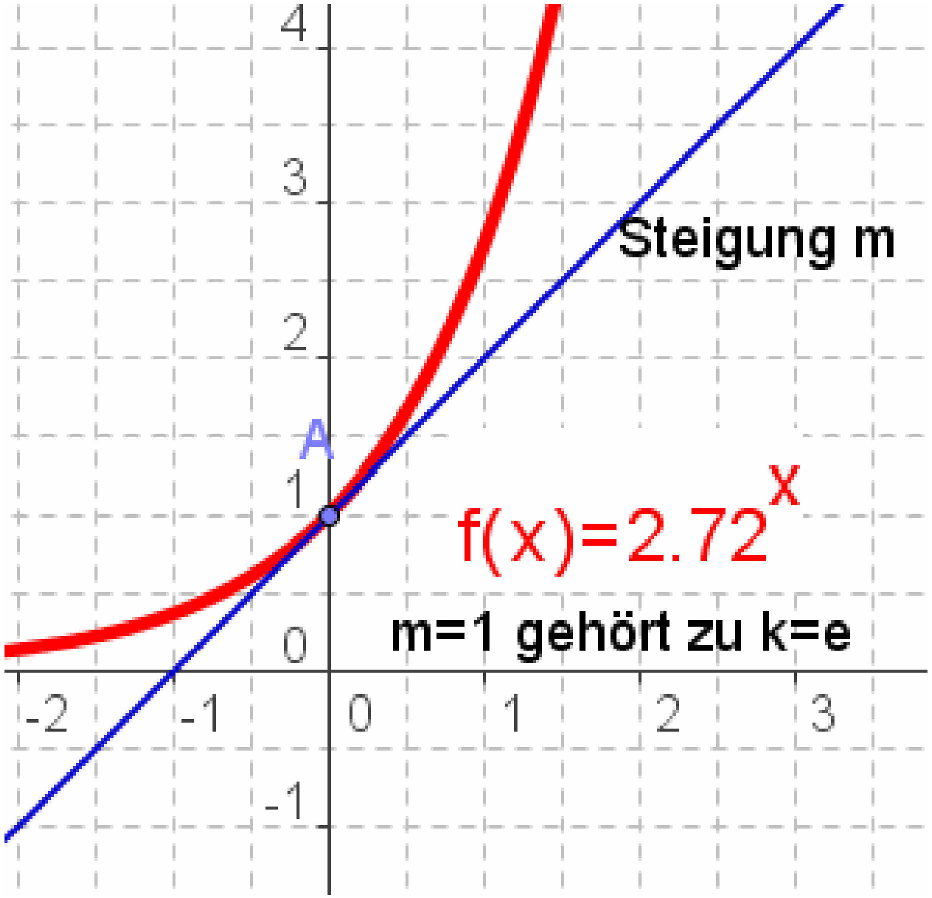
e-Funktion, das halbe Geheimnis

hin

$$f(x) = k^x \qquad f(x) = e^x$$

e-Funktion, das halbe Geheimnis

$$f(x) = k^x$$



die e-Funktion ist diejenige Exponentialfunktion, die in (0/1) die Steigung 1 hat.

$$f(x) = e^x$$

Die Welt der Umkehrfunktionen

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = \ln(x)$$

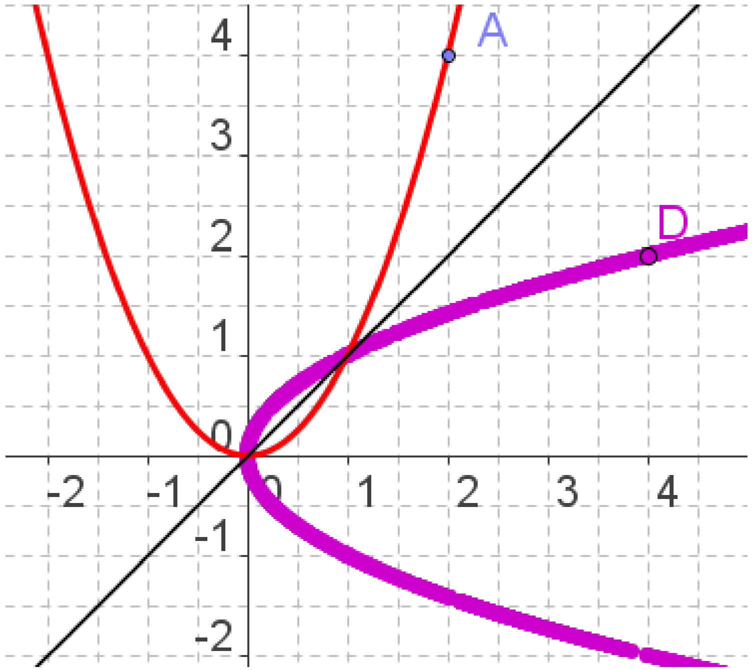
$$y = \arcsin(x)$$

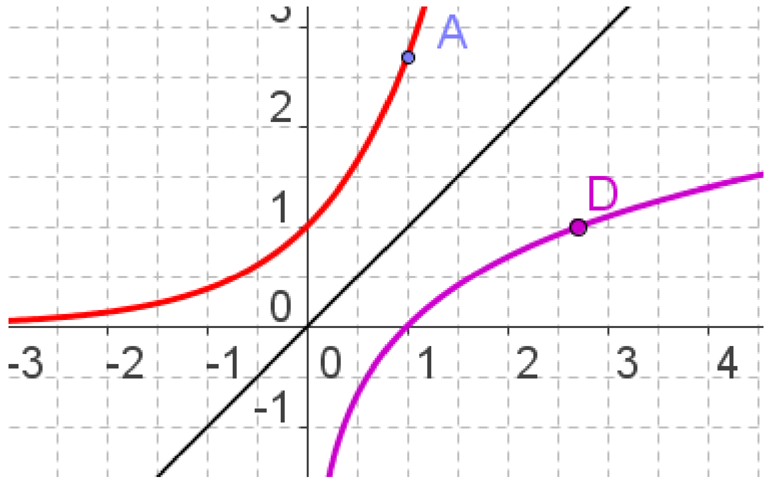
.....

$$y = \sqrt[n]{x}$$

$$y = \log_a(x)$$

Umkehr-Fragen
Umkehr-Funktionen
Umkehr-Relationen





Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen

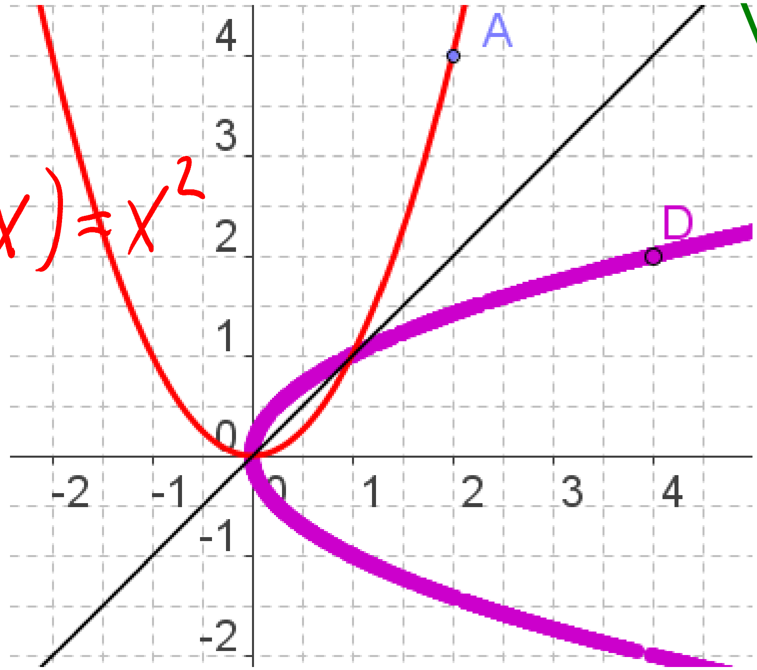
Frage: Welchen Wert hat f an der Stelle 2?

Antwort: 4 ist der Wert, f(2)=4

Umkehrfrage: An welchen Stellen hat f hat den Wert 4?

Antwort: +2 und -2 sind Lösungen, f(+2)=4 und f(-2)=4

$f(x)=x^2$



Visualisierung der Umkehrfrage:

Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen

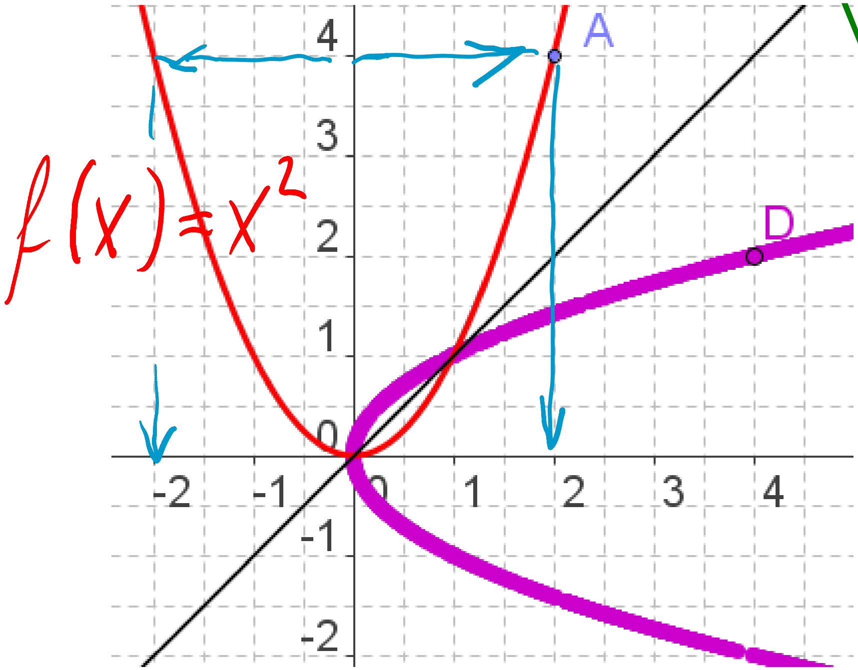
Frage: Welchen Wert hat f an der Stelle 2?

Umkehrfkt

Antwort: 4 ist der Wert, f(2)=4

Umkehrfrage: An welchen Stellen hat f hat den Wert 4?

Antwort: +2 und -2 sind Lösungen, f(+2)=4 und f(-2)=4



Visualisierung der Umkehrfrage:

Gehe von der y-Achse zur
Kurve und dann zur x-Achse

Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen

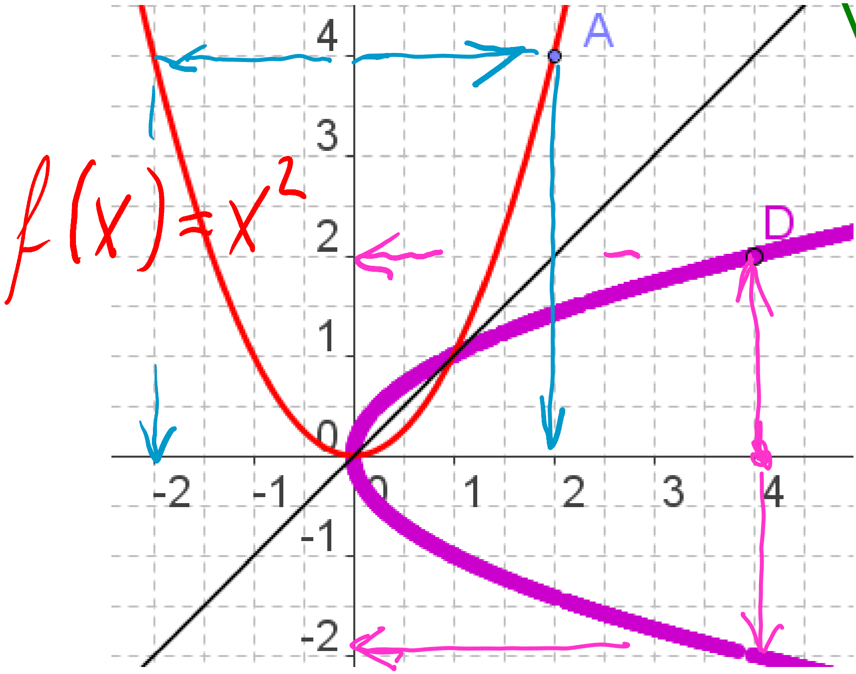
Umkehrfkt

Frage: Welchen Wert hat f an der Stelle 2?

Antwort: 4 ist der Wert, f(2)=4

Umkehrfrage: An welchen Stellen hat f hat den Wert 4?

Antwort: +2 und -2 sind Lösungen, f(+2)=4 und f(-2)=4



Visualisierung der Umkehrfrage:

I Gehe von der y-Achse zur Kurve und dann zur x-Achse

oder

II Gehe von der x-Achse zum Graphen der an der Winkel halbierenden gespiegelten Kurve und dann zur y-Achse. Es ist die Umkehrrelation.

oder

$x=y^2$

Dies ist hier **keine** Funktion. Der Wert ist nicht eindeutig bestimmt.

Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen

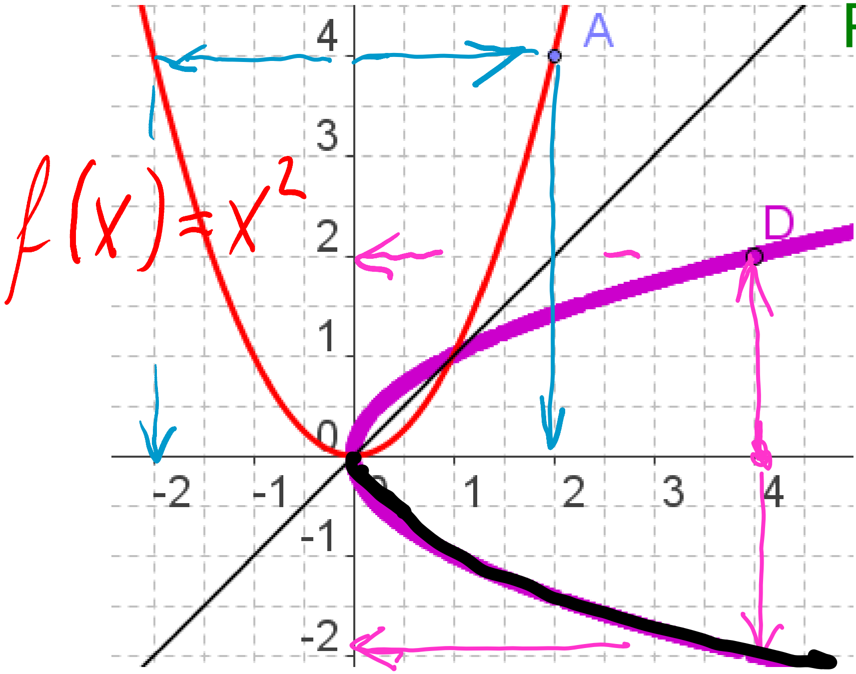
Umkehrfkt

Frage: Welchen Wert hat f an der Stelle 2?

Antwort: 4 ist der Wert, f(2)=4

Umkehrfrage: An welchen Stellen hat f hat den Wert 4?

Antwort: +2 und -2 sind Lösungen, f(+2)=4 und f(-2)=4



Formalisierung der Umkehrfrage:

Bilde (hier stückweise) die Umkehrfunktion

$g(4)=\sqrt{4}$
$=2$

$$g(x)=\sqrt{x}$$

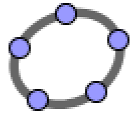
$$h(x)=-\sqrt{x}$$

$h(4)=-2$

die

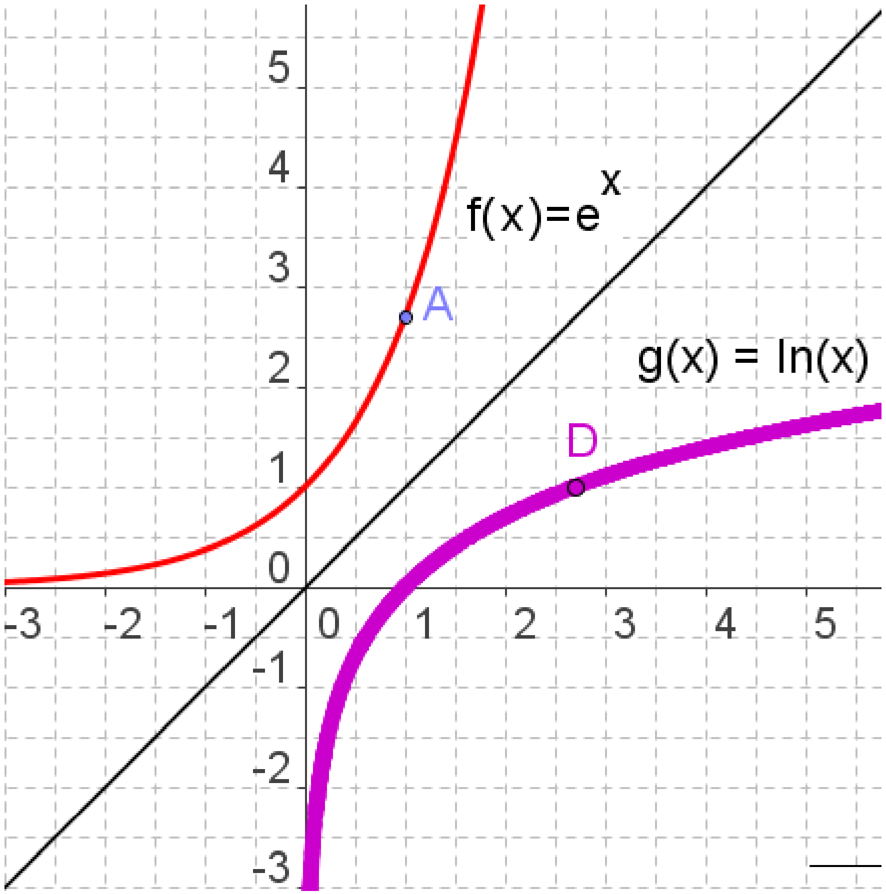
Exponentialfunktion

$$f(x) = e^x$$



Umkehrfkt

Eulersche e-Funktion



der natürliche Logarithmus

die ln-Funktion

der ln

die Exponentialfunktion

$$f(x) = e^x \qquad e^{\ln(x)} = x$$

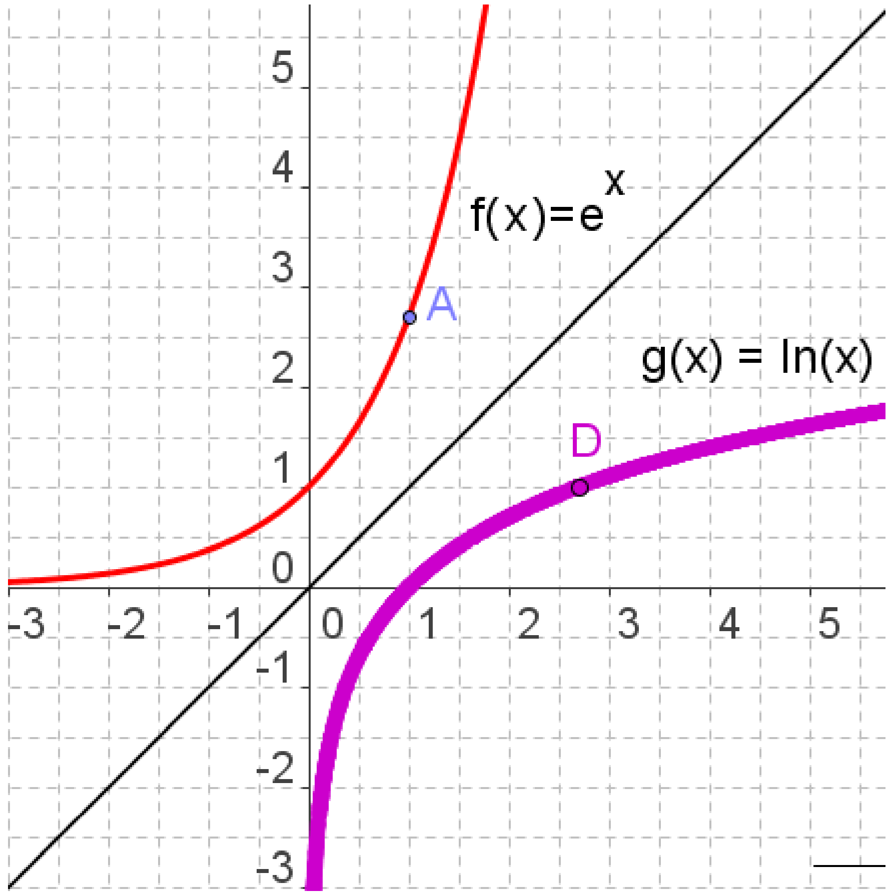
Umkehrfkt

$$\ln(e^x) = x$$

Eulersche
e-Funktion

$f(1) = e$

$f(0) = 1$



der natürliche
Logarithmus

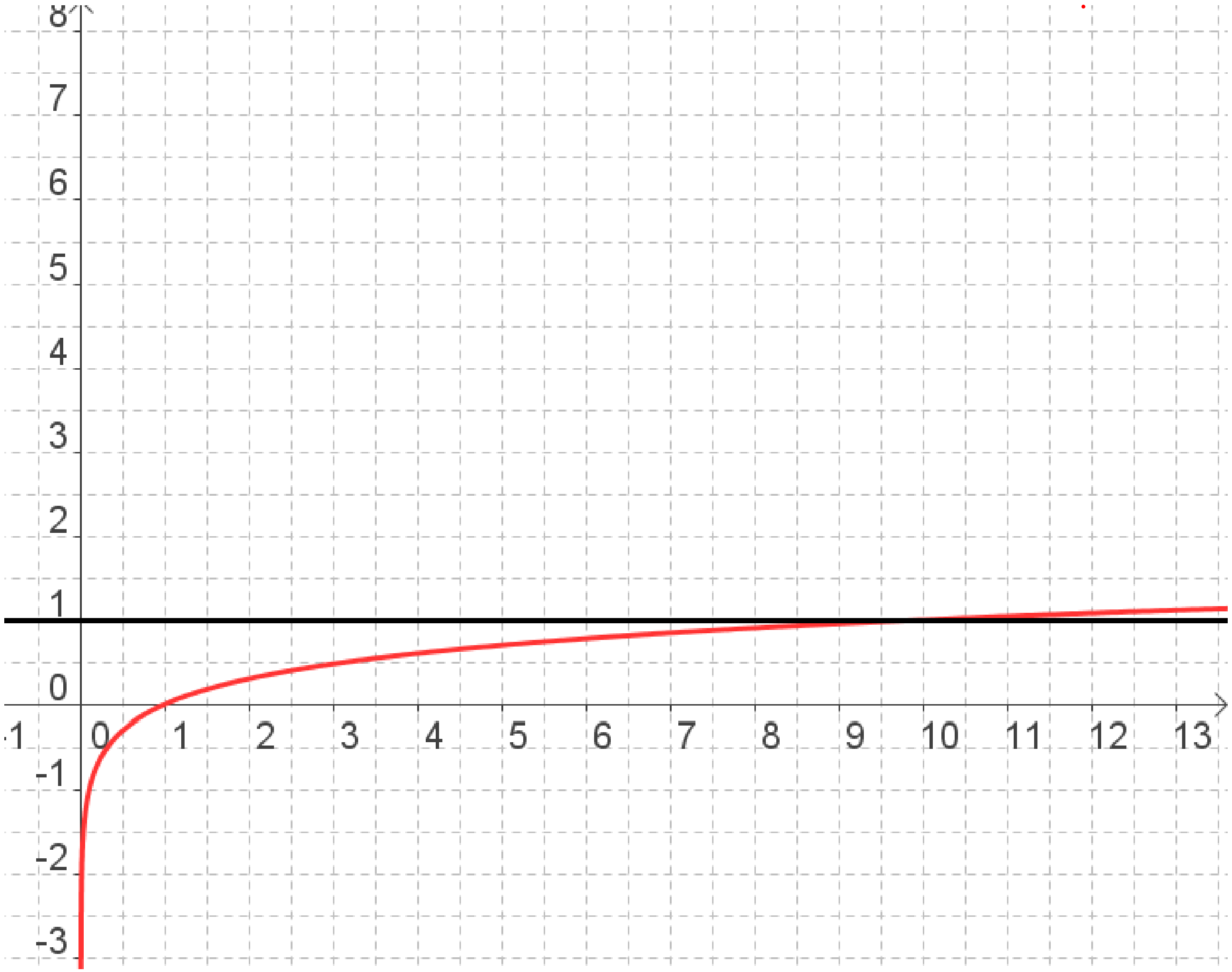
die ln-Funktion

der ln

$\ln(e) = 1$

$\ln(1) = 0$

Wie langsam wächst der Logarithmus?



Umkehrfkt

Funktion frisst Umkehrfunktionen

für $x > 0$

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = \ln(x)$$

$$y = \arcsin(x)$$

$$y = \sqrt[n]{x}$$

für Hauptwerte

$$y = \log_a(x)$$

Die Welt der Umkehrfunktionen

für $x > 0$

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = \ln(x)$$

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

$$(\sqrt{x})^2 = x$$

$$y = \arcsin(x)$$

$$\sin(\arcsin(x)) = x$$

$$\arcsin(\sin(x)) = x$$

$$\ln(e^x) = x$$

$$e^{\ln x} = x$$

für Hauptwerte

$$y = \sqrt[n]{x}$$

$$y = \log_a(x)$$

$$\sqrt[n]{x^n} = |x|$$

$$b^x = (e^{\ln b})^x = e^{\ln b \cdot x}$$ Basiswechsel

Funktionsgleichung $y = f(x)$

Grundtypen

GeoGebra

Potenzfunktion

$f(x) = x^k$ $\qquad f^{-1} = g$

Wurzelfunktion

$g(x) = \sqrt[k]{x}$

Exponentialfunktion

$f(x) = e^x$ $\qquad f^{-1} = g$

Logarithmus

$g(x) = \ln(x)$

Trigonometrische Funktion

$f(x) = \sin(x)$ $\qquad f^{-1} = g$

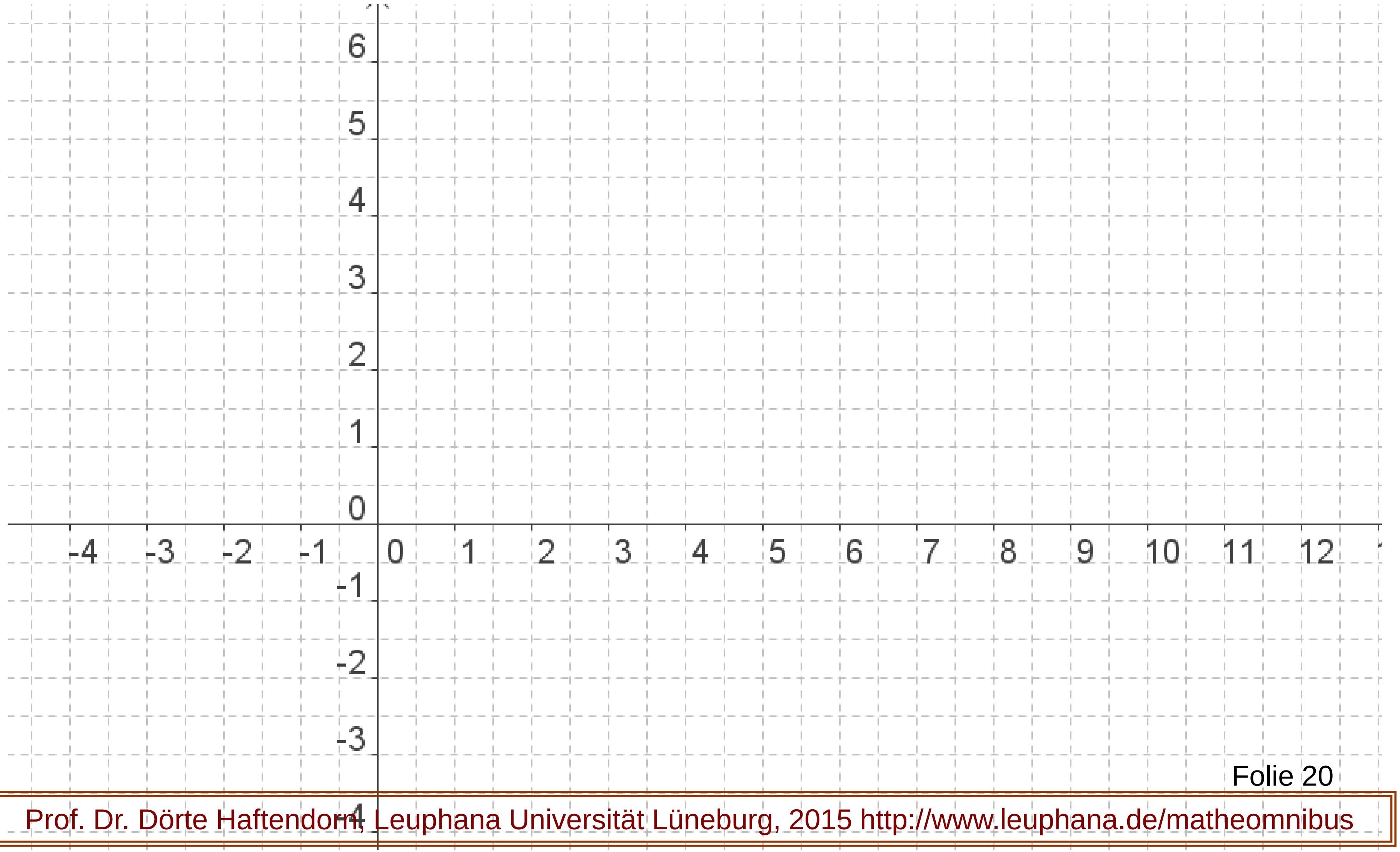
Arcus-Funktion

$g(x) = \arcsin(x)$
$= \mathrm{INV}\sin(x)$

leer

Übung mit Funktionsgraphen

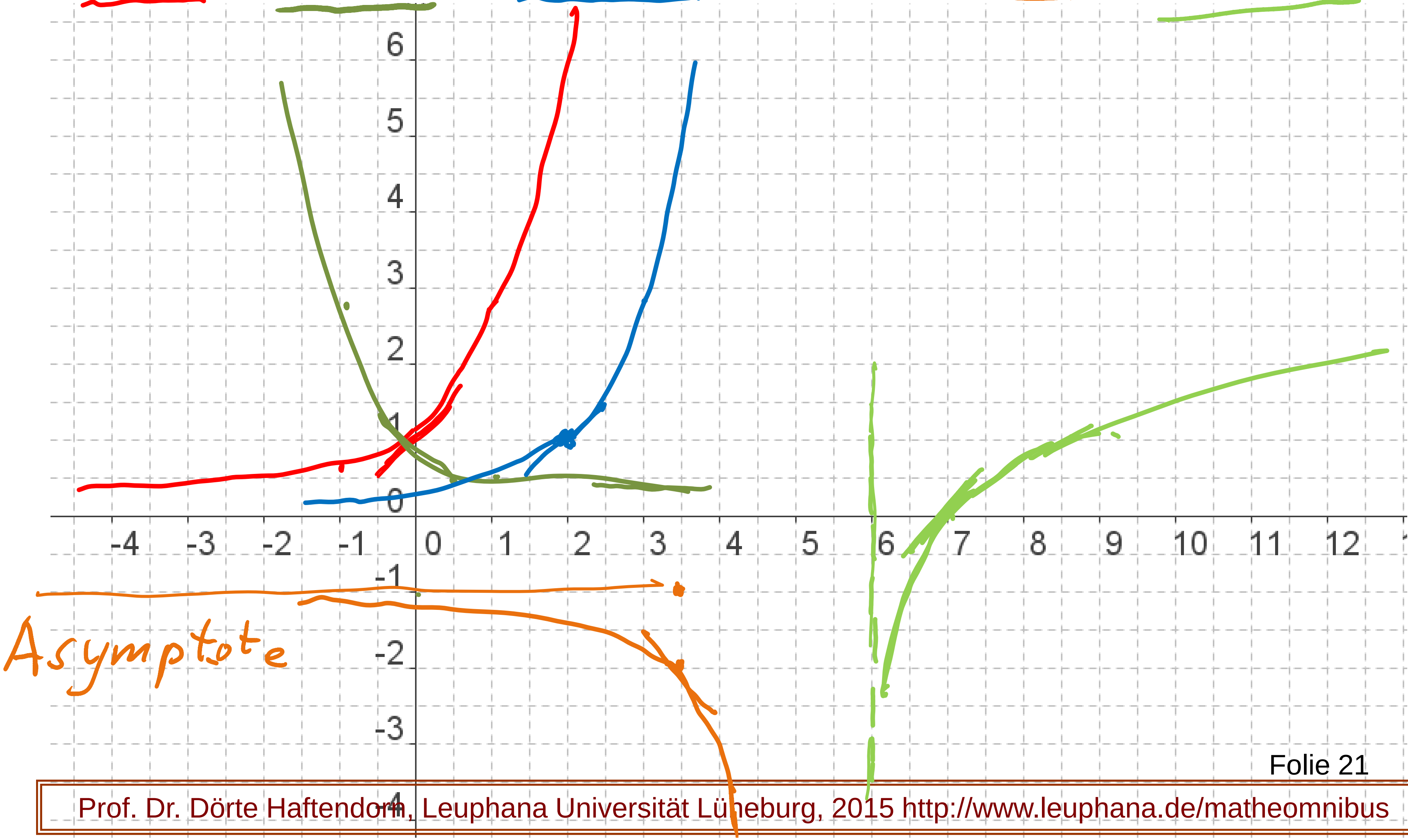
$y = e^{x}$ $\quad y = e^{-x}$ $\quad y = e^{x-2}$ $\quad y = -\,e^{x-3} - 1$ $\quad y = \ln(x-6)$



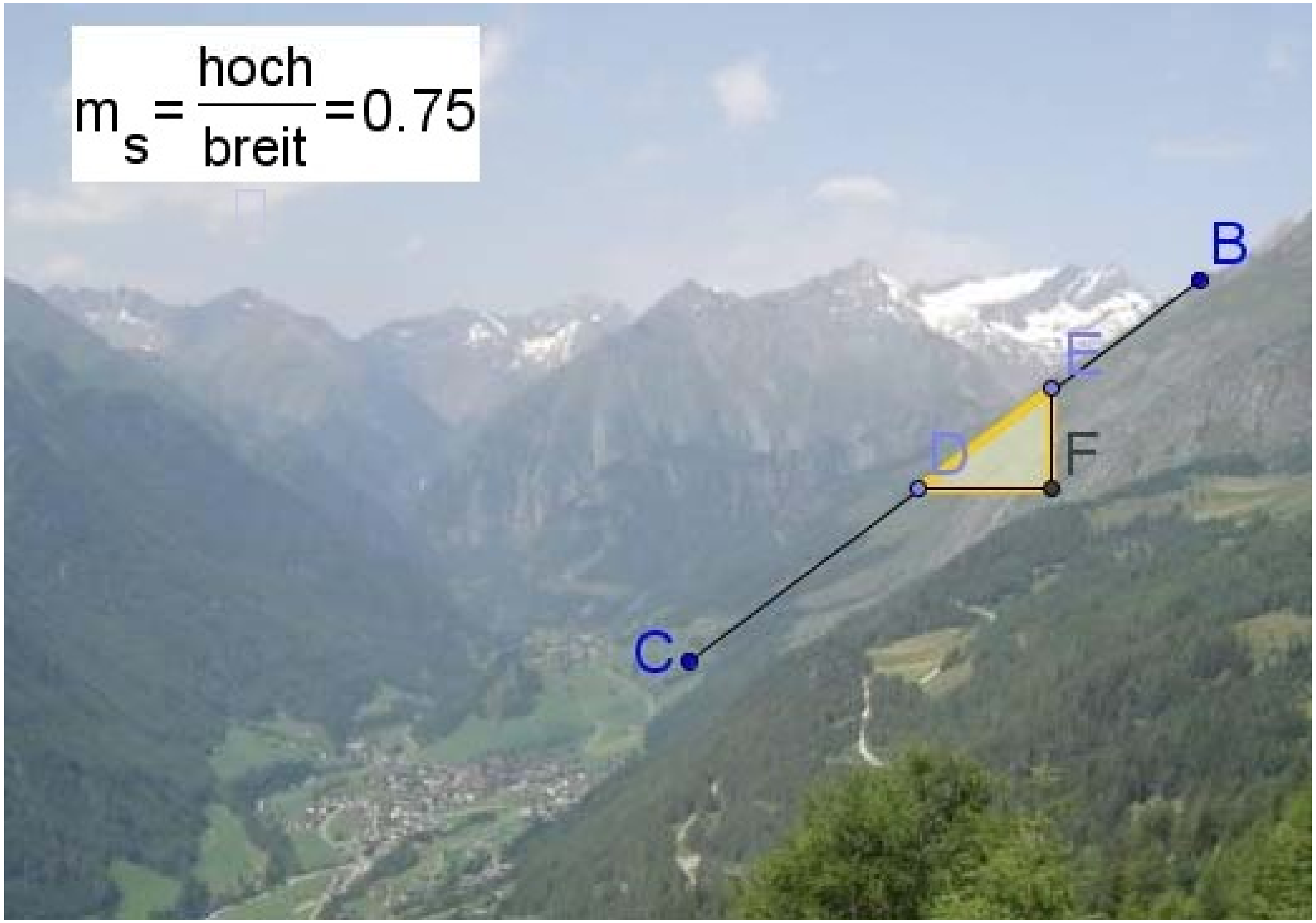
Übung mit Funktionsgraphen

leer

$y = e^{x}$ $\quad y = e^{-x}$ $\quad y = e^{x-2}$ $\quad y = -\,e^{x-3} - 1$ $\quad y = \ln(x-6)$



Differentiale



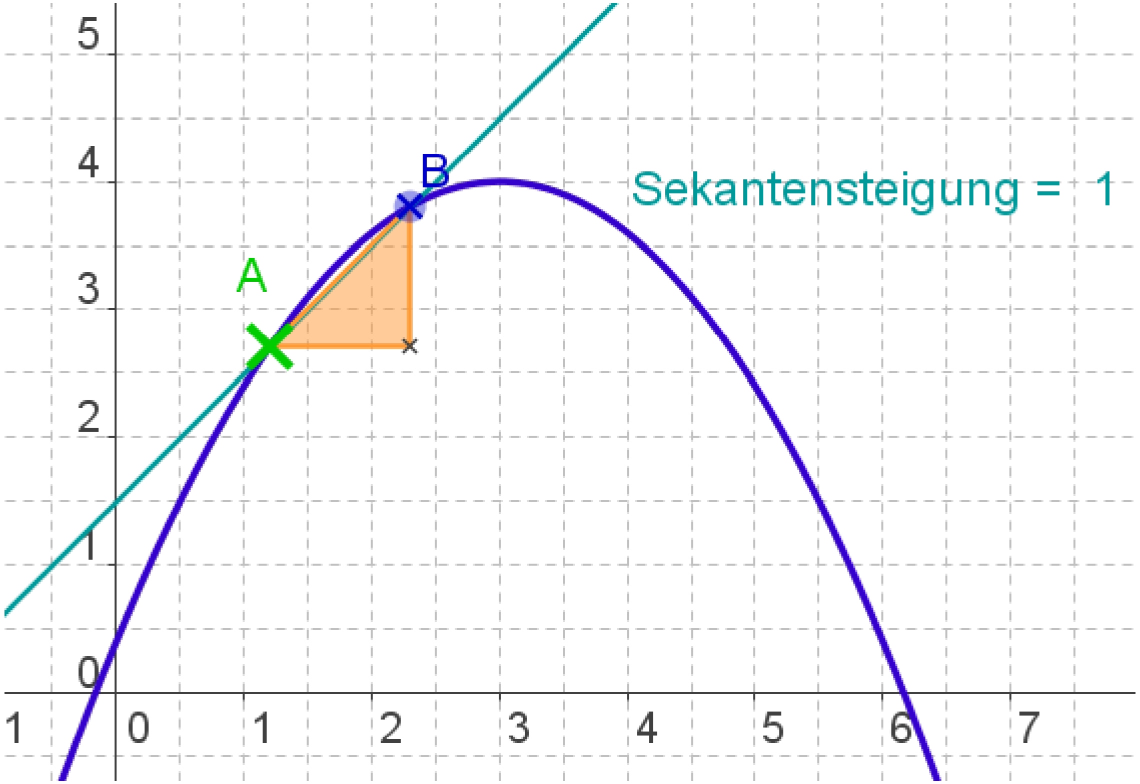
Parabel

Differentiale

SekStF

Sekanten

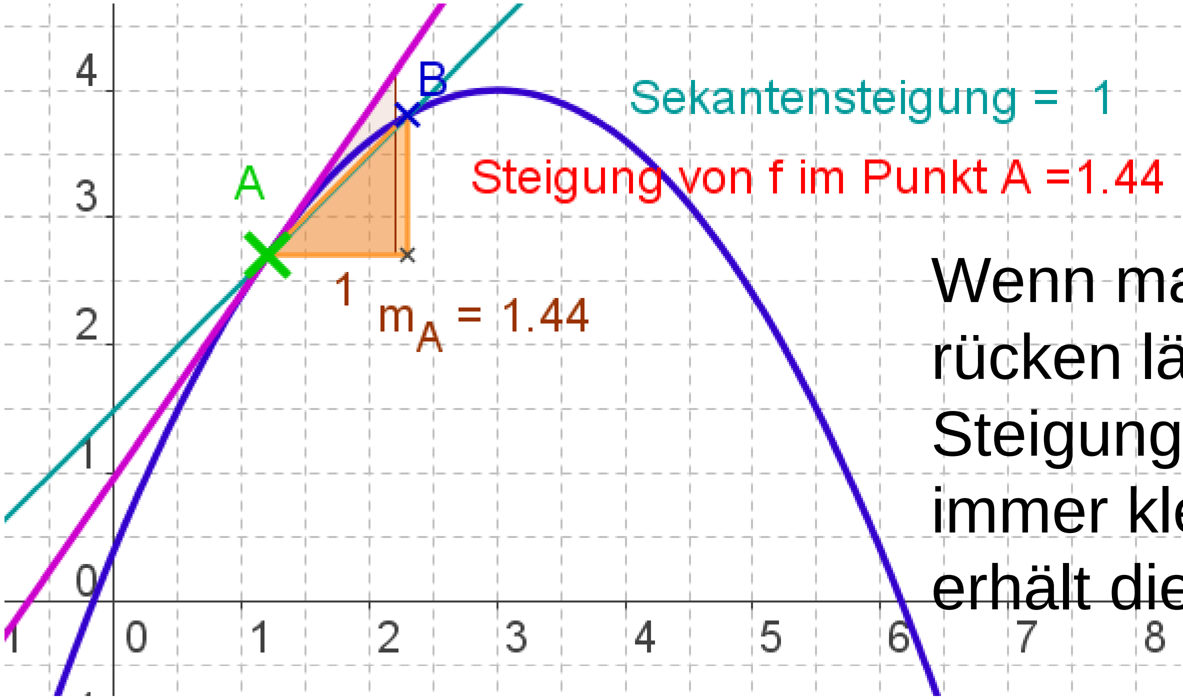
Nur zur Vertiefung



Das Differential

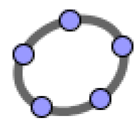
Also untersuchen wir für jeden Punkt einer Funktion:

Welche Steigung hat die Funktion in dem Punkt?



Wenn man B an A heranrücken lässt, wird das Steigungsdreieck der Sekante immer kleiner und man erhält die Tangente in A.

Tangentensteigung in A= $m_A = \lim\limits_{x \to a} m_{sekante}$

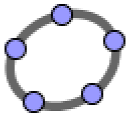


Folie 26

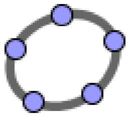
Das Differential

Also untersuchen wir für jeden Punkt einer Funktion:

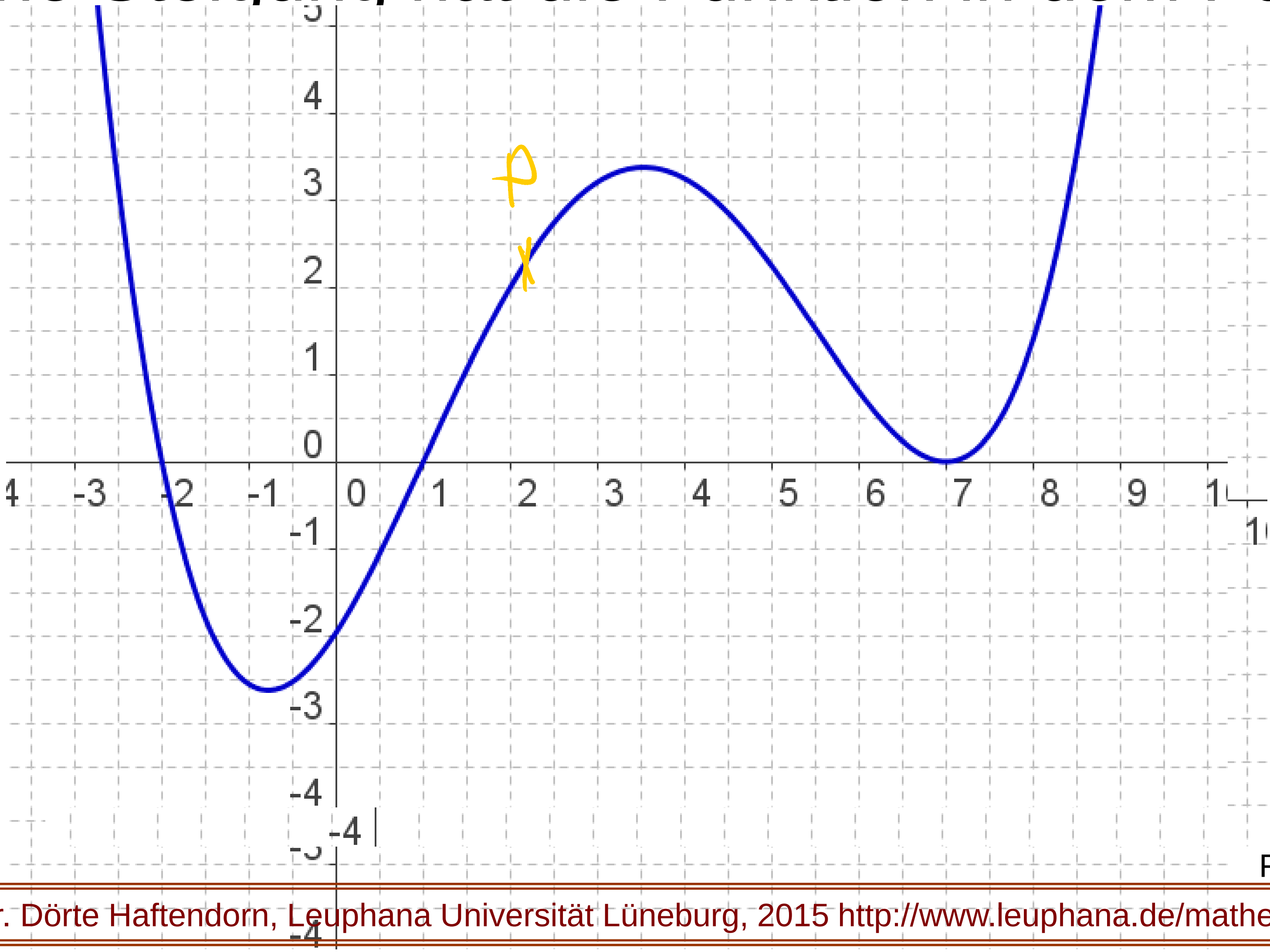
welche Steigung hat die Funktion in dem Punkt?



Fahrrad
pur



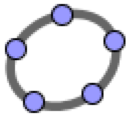
Fahrrad
hier



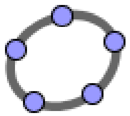
Das Differential

Also untersuchen wir für jeden Punkt einer Funktion:

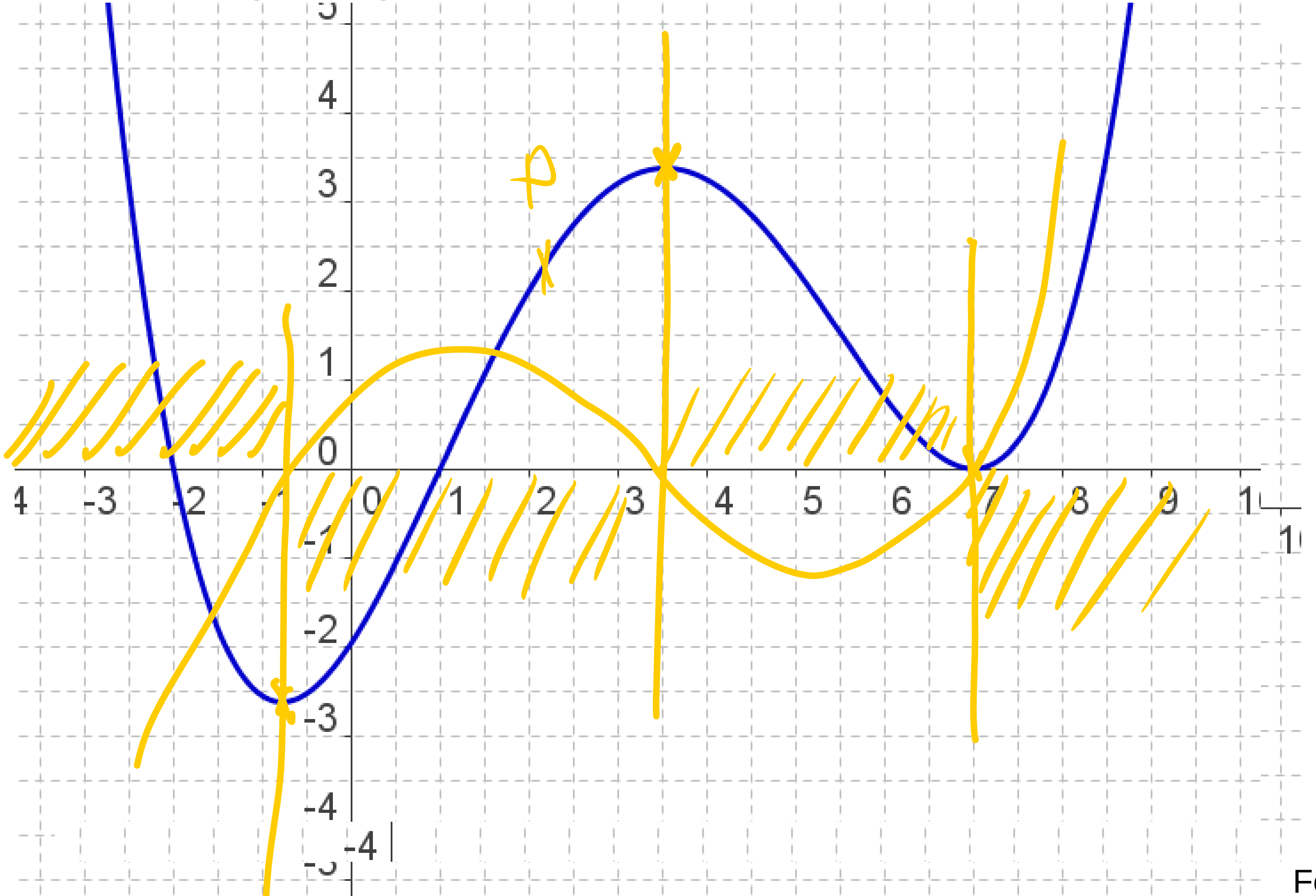
welche Steigung hat die Funktion in dem Punkt?



Fahrrad pur



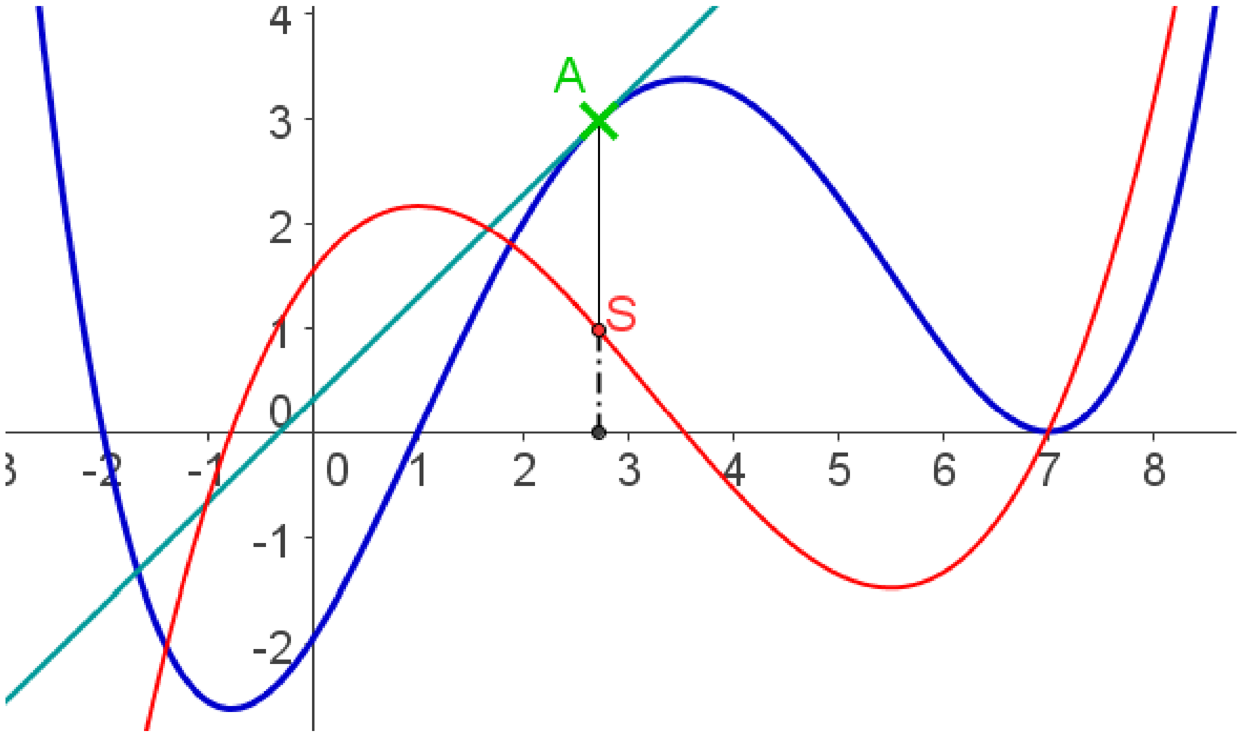
Fahrrad hier



Die Ableitung f ‘ ist die Funktion, die für jedes x die Steigung der Funktion f angibt.

Fahrrad pur

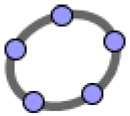
Fahrrad hier



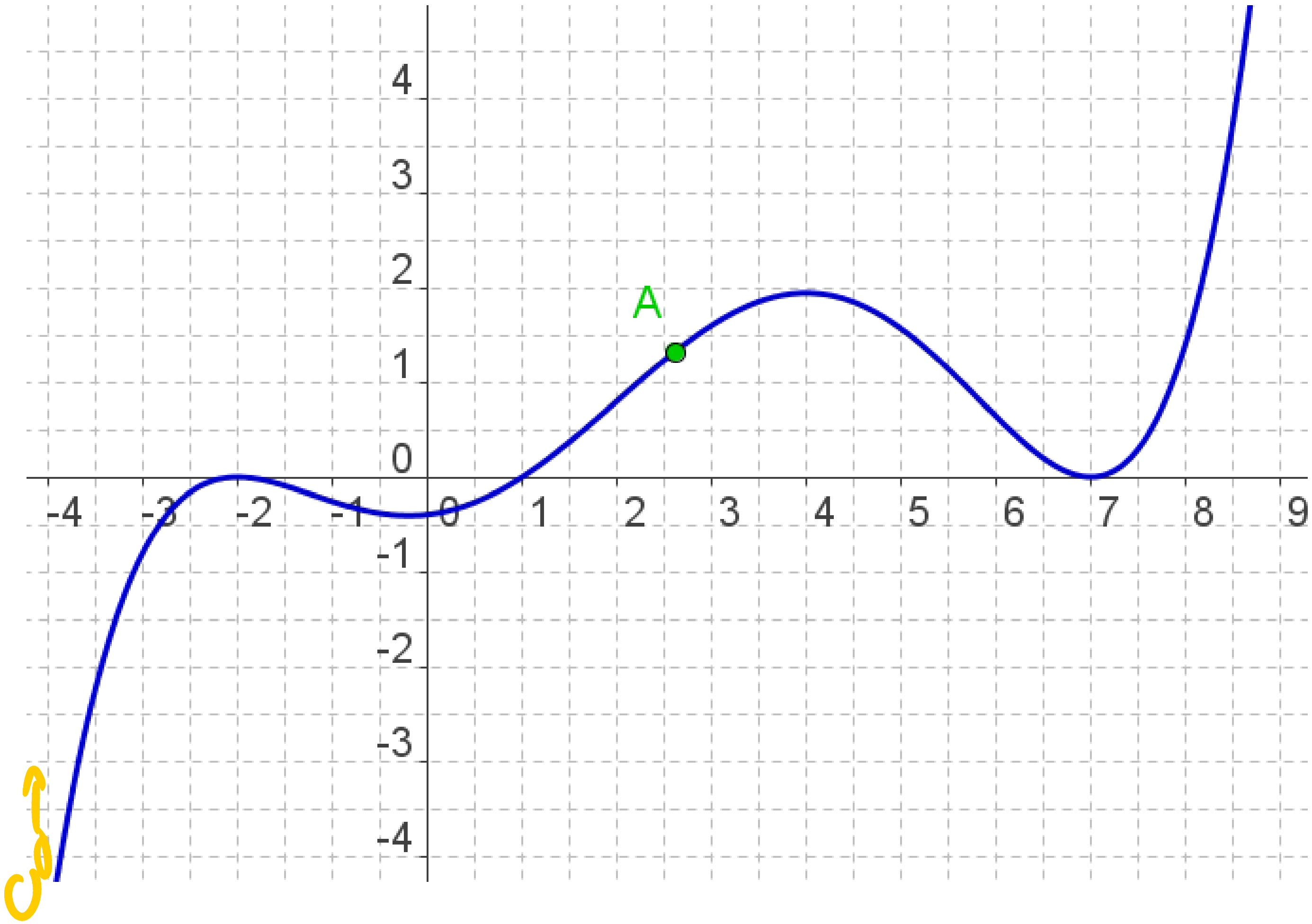
Diff pur

Die rote Funktion ist also die Ableitung von der blauen.

Übung 2 mit Funktionsgraphen



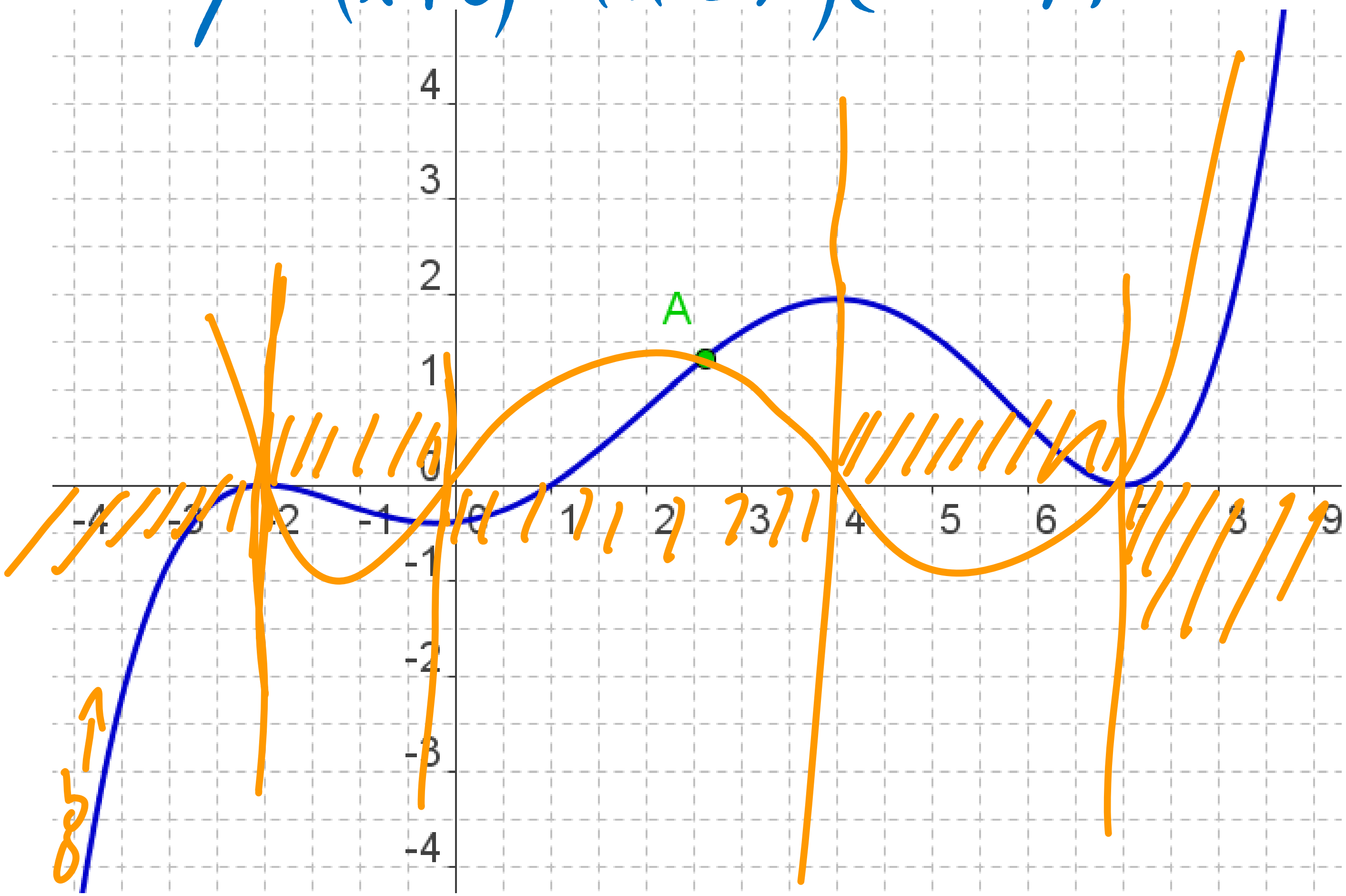
Fahrrad
frei Poly



Folie 30

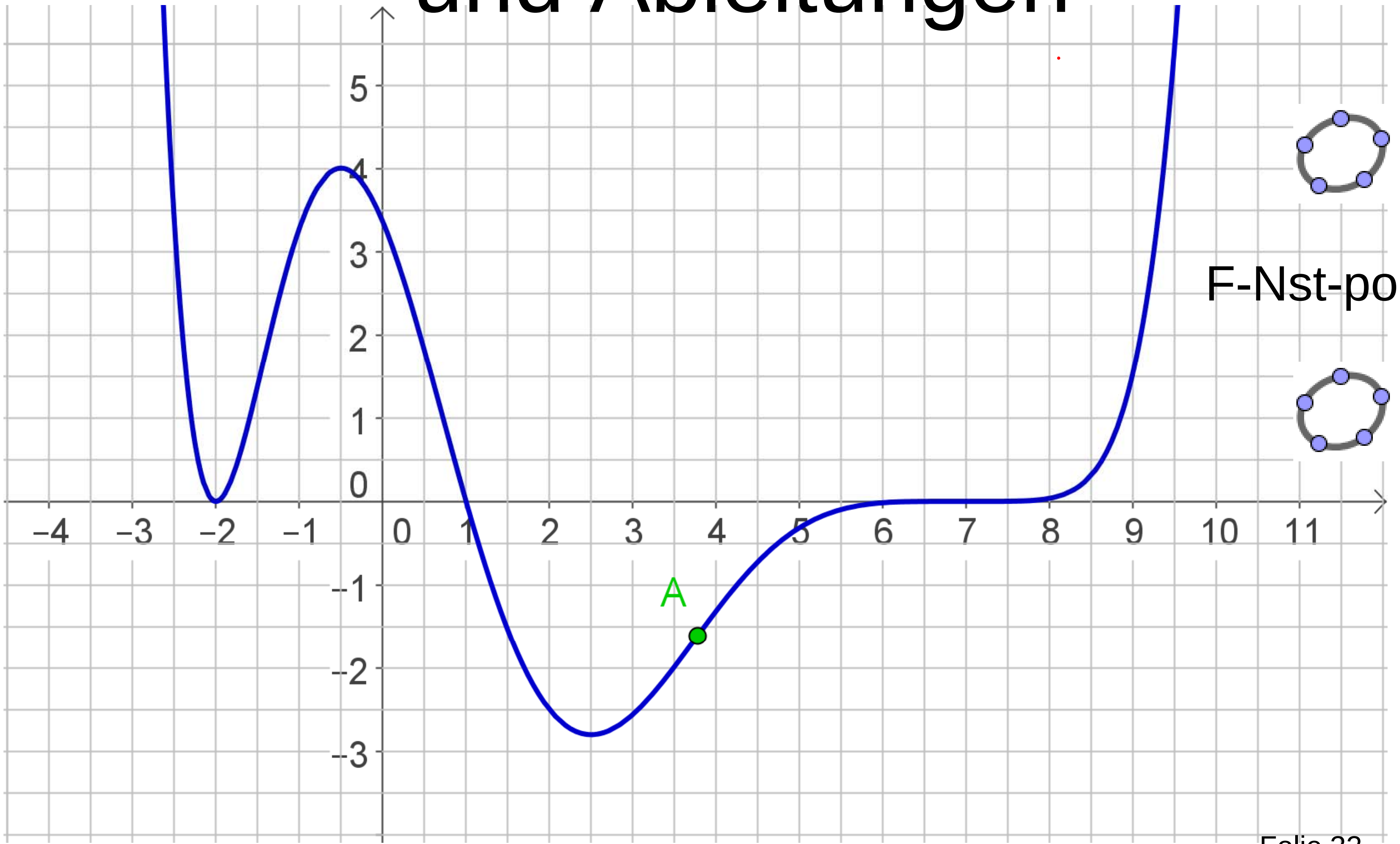
Übung 2 mit Funktionsgraphen

$y = (x+2)^2(x-1)(x-7)^2$



Folie 31

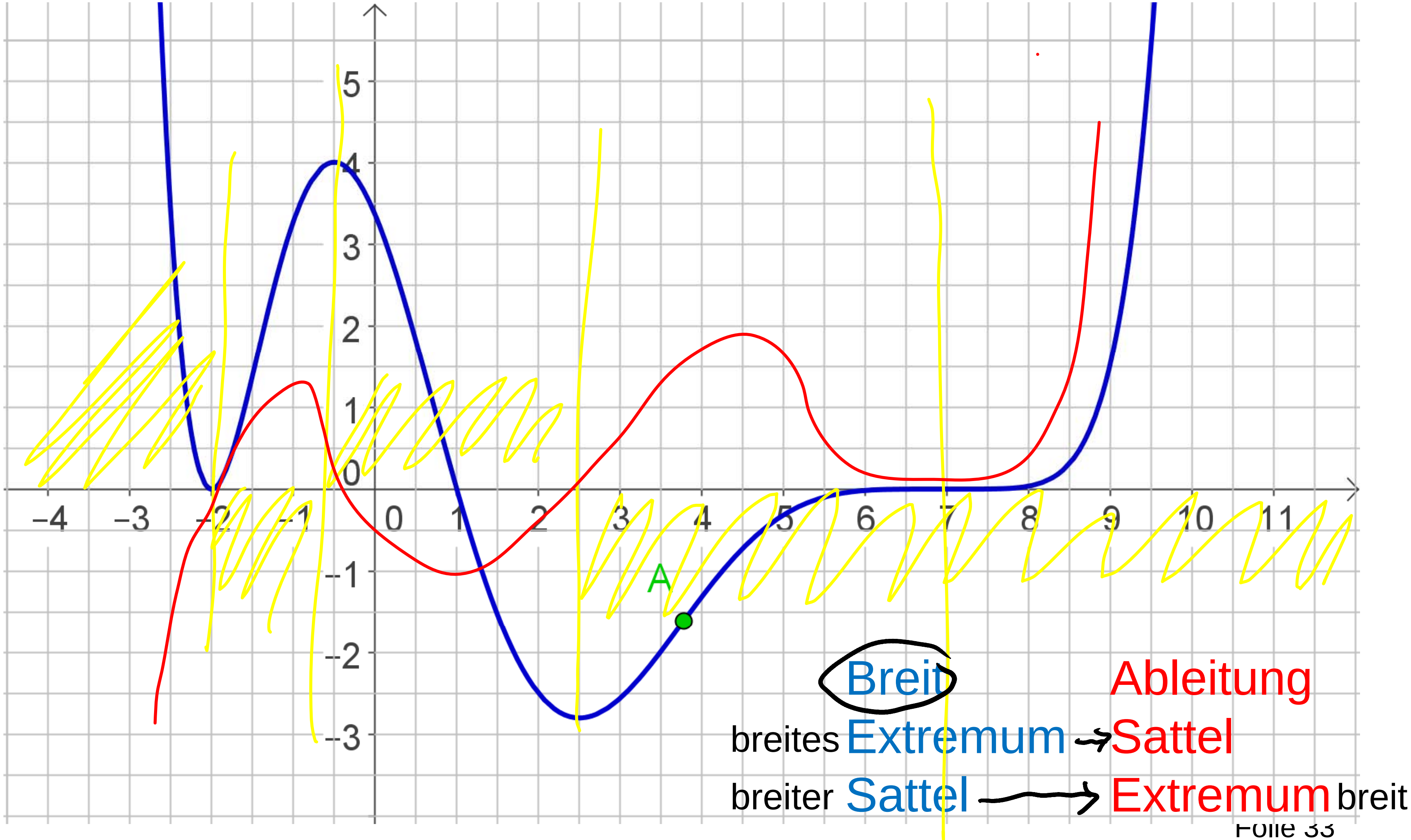
Übung 3 mit Funktionsgraphen und Ableitungen



F-Nst-poly

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 http://www.leuphana.de/matheomnibus

Übung 3 mit Funktionsgraphen



e-Funktion, das ganze Geheimnis

Teil 1 Teil 2 Ableiten

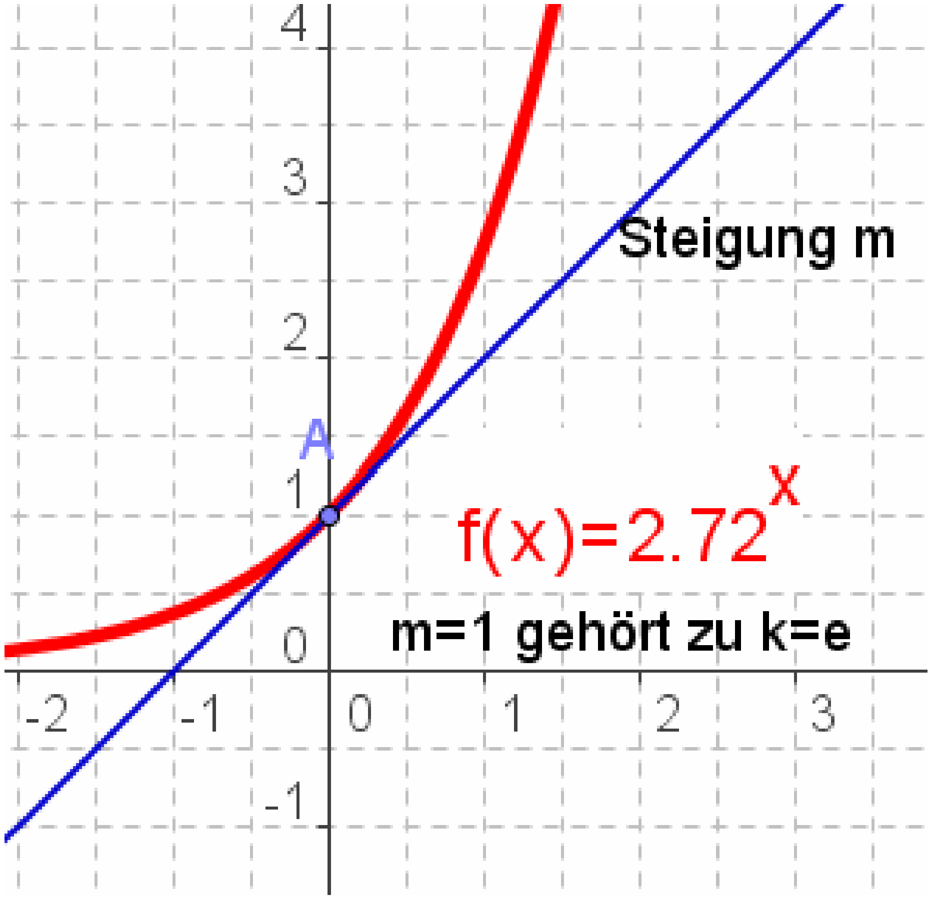
$$f(x) = e^x$$

die e-Funktion ist diejenige Exponentialfunktion, die in (0/1) die Steigung 1 hat.

e-Funktion, das ganze Geheimnis

Teil 1 Teil 2 Ableiten

$$f(x) = e^x$$



die e-Funktion ist diejenige Exponentialfunktion, die in (0/1) die Steigung 1 hat.

Die e-Funktion ist diejenige Funktion, die mit ihrer Ableitung übereinstimmt.

$$\left(e^x\right)' = e^x$$