

Ein Blick ----- Einblick



Wie wir in „Mathematik für alle“ die Welt der Mathematik sehen

Folie 1

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Ein Weg ist gangbar vorbereitet

Venediger Höhenweg, gebaut vom Alpenverein



Ich bin für Sie der Alpenverein der Mathematik!

Folie 2

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Exponentialfunktion

Exp-fkt



$$f(x) = k^x$$

$k > 0, \text{Def} = \mathbb{R}$

$k = 0, \text{Def} = \mathbb{R}^+$

Basis $k > 1$

Basis k mit $0 < k < 1$

für Basis $k < 0$ ist f nicht definiert

Folie 3

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Exponentialfunktion

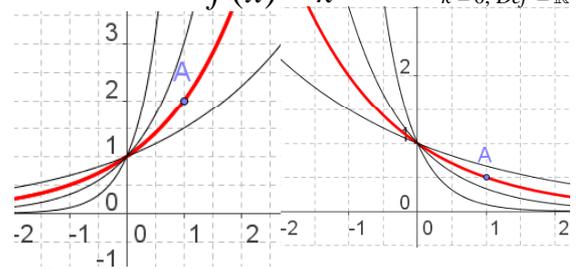
Exp-fkt



$$f(x) = k^x$$

$k > 0, \text{Def} = \mathbb{R}$

$k = 0, \text{Def} = \mathbb{R}^+$



Basis $k > 1$

Basis k mit $0 < k < 1$

für Basis $k < 0$ ist f nicht definiert

Folie 4

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

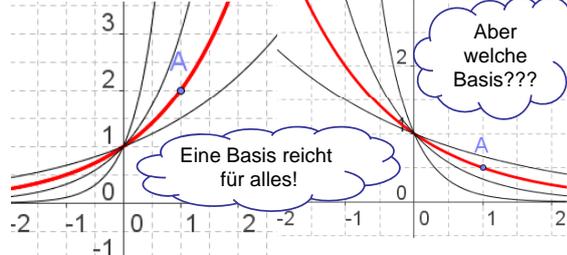
Exponentialfunktion

Exp-fkt



$$f(x) = \text{basis}^{r \cdot x}$$

$\text{basis} > 1$



$r > 0, \text{Asymptote neg. } x\text{-Achse}$ $r < 0, \text{Asymptote pos. } x\text{-Achse}$

Folie 5

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

e-Funktion, das halbe Geheimnis

hin

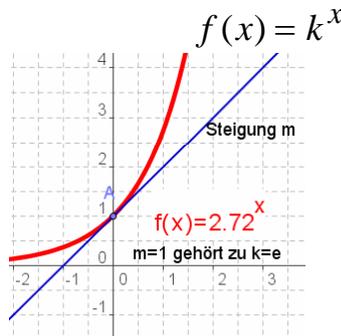


$$f(x) = k^x \quad f(x) = e^x$$

Folie 6

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

e-Funktion, das halbe Geheimnis



die e-Funktion ist diejenige Exponentialfunktion, die in (0/1) die Steigung 1 hat.

$$f(x) = e^x$$

Folie 7

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Die Welt der Umkehrfunktionen

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = \ln(x)$$

$$y = \arcsin(x)$$

$$y = \sqrt[n]{x}$$

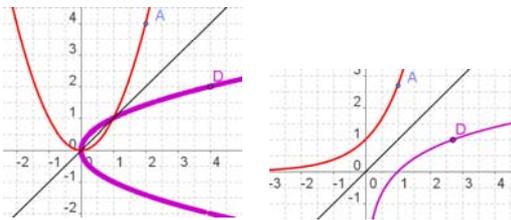
$$y = \log_a(x)$$



Folie 8

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Umkehr-Fragen Umkehr-Funktionen Umkehr-Relationen



Folie 9

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen

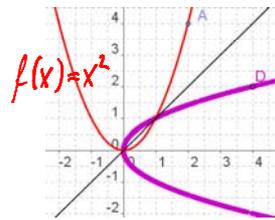
Frage: Welchen Wert hat f an der Stelle 2?

Antwort: 4 ist der Wert, $f(2)=4$

Umkehrfrage: An welchen Stellen hat f hat den Wert 4?

Antwort: +2 und -2 sind Lösungen, $f(+2)=4$ und $f(-2)=4$

Visualisierung der Umkehrfrage:



Folie 10

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen

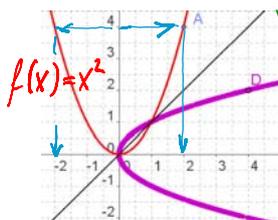
Frage: Welchen Wert hat f an der Stelle 2?

Antwort: 4 ist der Wert, $f(2)=4$

Umkehrfrage: An welchen Stellen hat f hat den Wert 4?

Antwort: +2 und -2 sind Lösungen, $f(+2)=4$ und $f(-2)=4$

Visualisierung der Umkehrfrage:



Folie 11

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen

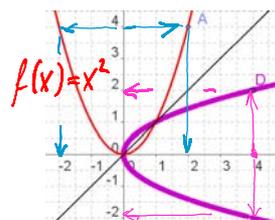
Frage: Welchen Wert hat f an der Stelle 2?

Antwort: 4 ist der Wert, $f(2)=4$

Umkehrfrage: An welchen Stellen hat f hat den Wert 4?

Antwort: +2 und -2 sind Lösungen, $f(+2)=4$ und $f(-2)=4$

Visualisierung der Umkehrfrage:



Dies ist hier **keine** Funktion. Der Wert ist nicht eindeutig bestimmt.

Folie 12

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen

Frage: Welchen Wert hat f an der Stelle 2?
 Antwort: 4 ist der Wert, $f(2)=4$

Umkehrfrage: An welchen Stellen hat f den Wert 4?
 Antwort: +2 und -2 sind Lösungen, $f(+2)=4$ und $f(-2)=4$

Formalisierung der Umkehrfrage:
 Bilde (hier stückweise) die Umkehrfunktion
 $g(x) = \sqrt{x}$
 $h(x) = -\sqrt{x}$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

die Exponentialfunktion

$f(x) = e^x$

Eulersche e-Funktion

der natürliche Logarithmus
 die In-Funktion
 der ln

Folie 14

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

die Exponentialfunktion

$f(x) = e^x$ $e^{\ln(x)} = x$

Eulersche e-Funktion

der natürliche Logarithmus
 die In-Funktion
 der ln

$f(1) = e$
 $f(0) = 1$

$\ln(e) = 1$
 $\ln(1) = 0$

Folie 15

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Wie langsam wächst der Logarithmus?

Folie 16

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Funktion frisst Umkehrfunktionen

für $x > 0$

$y = \sqrt{x}$ $y = \ln(x)$
 $y = \arcsin(x)$
 $y = \sqrt[n]{x}$
 für Hauptwerte $y = \log_a(x)$

Folie 17

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Die Welt der Umkehrfunktionen

für $x > 0$

$y = \sqrt{x}$ $y = \ln(x)$
 $y = \arcsin(x)$ $\ln(e^x) = x$
 $\sqrt{x^2} = |x|$ $\sin(\arcsin(x)) = x$ $e^{\ln x} = x$
 $(\sqrt{x})^2 = x$ $\arcsin(\sin(x)) = x$
 $y = \sqrt[n]{x}$ $y = \log_a(x)$
 $\sqrt[n]{x^n} = |x|$ $b^x = (e^{\ln b})^x = e^{\ln b \cdot x}$ **Basistransfer**

Folie 18

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Funktionsgleichung $y = f(x)$

Grundtypen

Potenzfunktion

$f(x) = x^k$ $f^{-1} = g$

Wurzelfunktion

$g(x) = \sqrt[k]{x}$

Exponentialfunktion

$f(x) = e^x$ $f^{-1} = g$

Logarithmus

$g(x) = \ln(x)$

Trigonometrische Funktion

$f(x) = \sin(x)$ $f^{-1} = g$

Arcus-Funktion

$g(x) = \arcsin(x)$
 $= \text{INV sin}(x)$

GeoGebra Folie 19

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

TI 2014 Übung mit Funktionsgraphen leer

$y = e^x$ $y = e^{-x}$ $y = e^{x-2}$ $y = -e^{x-3} - 1$ $y = \ln(x-6)$

Folie 20

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

TI 2014 Übung mit Funktionsgraphen leer

$y = e^x$ $y = e^{-x}$ $y = e^{x-2}$ $y = -e^{x-3} - 1$ $y = \ln(x-6)$

Folie 21

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Differenziale

$m_s = \frac{\text{hoch}}{\text{breit}} = 0.75$

Folie 24

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Parabel SektSIF

Differenziale

Sekanten
Nur zur Vertiefung

Folie 25

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Das Differential

Also untersuchen wir für jeden Punkt einer Funktion:
Welche Steigung hat die Funktion in dem Punkt?

Wenn man B an A heranrücken lässt, wird das Steigungsdreieck der Sekante immer kleiner und man erhält die Tangente in A.

Tangentensteigung in A = $m_A = \lim_{x \rightarrow a} m_{\text{sekante}}$

SektSIF Folie 26

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Das Differential

Also untersuchen wir für jeden Punkt einer Funktion:
welche Steigung hat die Funktion in dem Punkt?

Fahrrad pur
Fahrrad hier

Folie 27

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Das Differential

Also untersuchen wir für jeden Punkt einer Funktion:
welche Steigung hat die Funktion in dem Punkt?

Fahrrad pur
Fahrrad hier

Folie 28

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Die Ableitung f' ist die Funktion, die für jedes x die Steigung der Funktion f angibt.

Fahrrad pur
Fahrrad hier

Diff pur

Die rote Funktion ist also die Ableitung von der blauen.

Folie 29

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Übung 2 mit Funktionsgraphen

Fahrrad frei Poly

Folie 30

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Übung 2 mit Funktionsgraphen

$$y = (x+2)^2(x-1)(x-7)^2$$

Fahrrad frei Poly

Folie 31

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

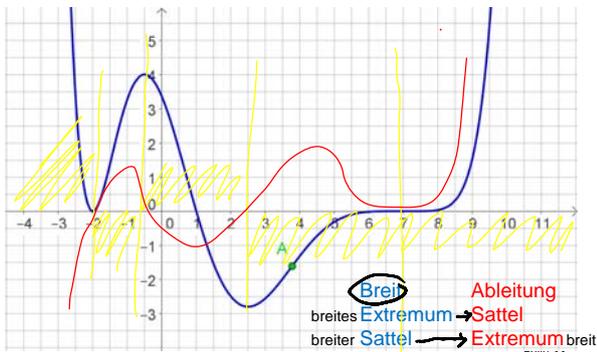
Übung 3 mit Funktionsgraphen und Ableitungen

F-Nst-poly

Folie 32

Prof. Dr. Dörte Haftendorf, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Übung 3 mit Funktionsgraphen



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

e-Funktion, das ganze Geheimnis

Teil 1 Teil 2 Ableiten

$$f(x) = e^x$$

die e-Funktion ist diejenige Exponentialfunktion, die in (0/1) die Steigung 1 hat.

Folie 34

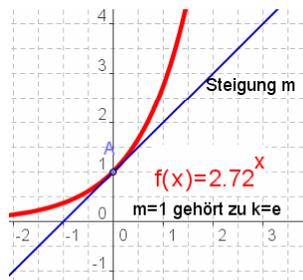
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

e-Funktion, das ganze Geheimnis

Teil 1 Teil 2 Ableiten

$$f(x) = e^x$$

die e-Funktion ist diejenige Exponentialfunktion, die in (0/1) die Steigung 1 hat.



Die e-Funktion ist diejenige Funktion, die mit ihrer Ableitung übereinstimmt.

$$(e^x)' = e^x$$

Folie 35

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>