Ein Blick ----- Einblick

Wie wir in „Mathematik für alle“ die Welt der Mathematik sehen

Folie 1

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus

a sight in ----- an insight

How we see the world of mathematics in „mathematics für everybody“.

Folie 2

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus

Ein Weg ist gangbar vorbereitet

Wie wir in „Mathematik für alle“ die Welt der Mathematik sehen

Folie 3

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus

A Viable Path is Prepared.

How we see the world of mathematics in „mathematics für everybody“.

Folie 4

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus

Exponentialfunktion

Exp-fkt

$$f(x) = k^x$$

$k > 0,\ Def = \mathbb{R}$

$k = 0,\ Def = \mathbb{R}^+$

Basis k >1 Basis k mit 0<k <1

für Basis k <0 ist f nicht definiert

Folie 5

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus

Exponential Functions

Exp-fkt

$$f(x) = k^x$$

$k > 0,\ def = \mathbb{R}$

$k = 0,\ def = \mathbb{R}^+$

base k >1 basis k with 0<k <1

for basis k <0 there is no definition for f

Folie 6

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus

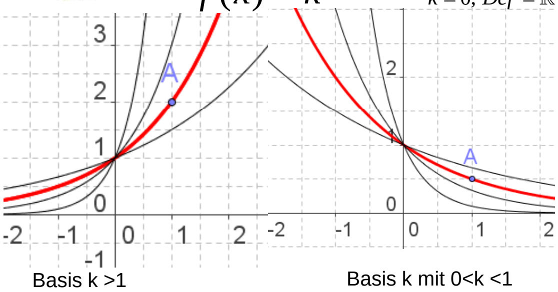
Exponentialfunktion

Exp-fkt

$$f(x) = k^x$$

$k > 0,\ Def = \mathbb{R}$

$k = 0,\ Def = \mathbb{R}^+$



Basis k >1

Basis k mit 0<k <1

für Basis k <0 ist f nicht definiert

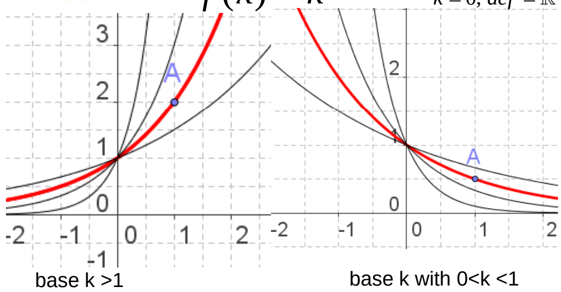
Exponential Functions

Exp-fkt

$$f(x) = k^x$$

$k > 0,\ def = \mathbb{R}$

$k = 0,\ def = \mathbb{R}^+$



base k >1

base k with 0<k <1

for basis k <0 there is no definition for f

e-Funktion, das halbe Geheimnis

hin

$$f(x) = k^x \qquad f(x) = e^x$$

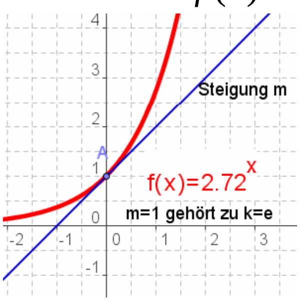
E-function, the Half Mystery

hin

$$f(x) = k^x \qquad f(x) = e^x$$

e-Funktion, das halbe Geheimnis

$$f(x) = k^x$$

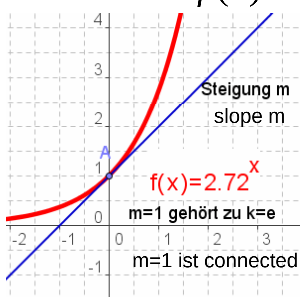


die e-Funktion ist diejenige Exponentialfunktion, die in (0/1) die Steigung 1 hat.

$$f(x) = e^x$$

E-function, the Half Mystery

$$f(x) = k^x$$



m=1 ist connected with k=e

the one and only e-function is the exponential function who has in the point (0/1) the slope 1.

$$f(x) = e^x$$

Die Welt der Umkehrfunktionen

$y = \sqrt{x}$

$y = \ln(x)$

$y = \arcsin(x)$

.....

$y = \sqrt[n]{x}$

$y = \log_a(x)$

The World of the Inverse Functions

$y = \sqrt{x}$

$y = \ln(x)$

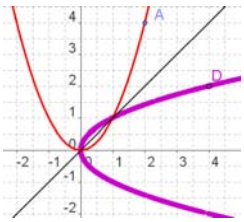
$y = \arcsin(x)$

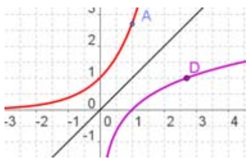
.....

$y = \sqrt[n]{x}$

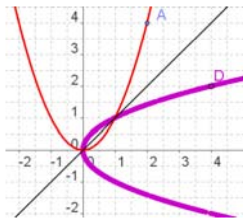
$y = \log_a(x)$

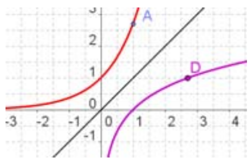
Umkehr-Fragen
Umkehr-Funktionen
Umkehr-Relationen





inverse questions
inverse functions
inverse relations

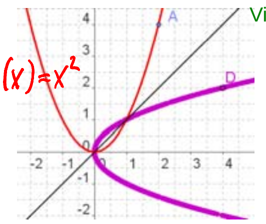




Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen

Frage: Welchen Wert hat f an der Stelle 2?
Antwort: 4 ist der Wert, f(2)=4
Umkehrfrage: An welchen Stellen hat f hat den Wert 4?
Antwort: +2 und -2 sind Lösungen, f(+2)=4 und f(-2)=4

$f(x)=x^2$

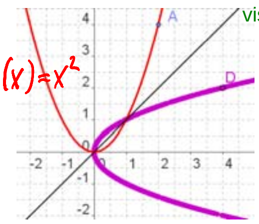


Visualisierung der Umkehrfrage:

inverse questions, inverse functions, inverse relations

question: Which is the value of f at abscissa 2?
answer: 4 is the value, f(2)=4
inverse question: at which postions has f the value 2?
answer: +2 and -2 are the solutions, f(+2)=4 und f(-2)=4

$f(x)=x^2$



visualisation of the inverse question

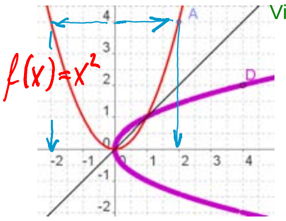
Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen

Frage: Welchen Wert hat f an der Stelle 2?

Antwort: 4 ist der Wert, f(2)=4 Umkehrfkt

Umkehrfrage: An welchen Stellen hat f hat den Wert 4?

Antwort: +2 und -2 sind Lösungen, f(+2)=4 und f(-2)=4



Visualisierung der Umkehrfrage:

Gehe von der y-Achse zur Kurve und dann zur x-Achse

Folie 19

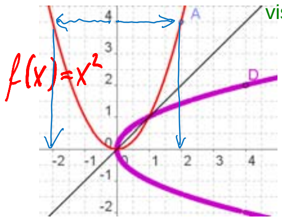
inverse questions, inverse functions, inverse relations

question: Which is the value of f at abscissa 2?

answer: 4 is the value, f(2)=4

inverse question: at which postions has f the value 2?

answer: +2 and -2 are the solutions, f(+2)=4 and f(-2)=4



visualisation of the inverse question

draw from the y-axis to the curve and then draw to the x-axis

Folie 20

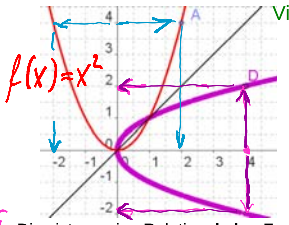
Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen

Frage: Welchen Wert hat f an der Stelle 2?

Antwort: 4 ist der Wert, f(2)=4 Umkehrfkt

Umkehrfrage: An welchen Stellen hat f hat den Wert 4?

Antwort: +2 und -2 sind Lösungen, f(+2)=4 und f(-2)=4



Visualisierung der Umkehrfrage:

I Gehe von der y-Achse zur Kurve und dann zur x-Achse

oder II Gehe von der x-Achse zum Graphen der an der Winkelhalbierenden gespiegelten Kurve und dann zur y-Achse. Es ist die Umkehrrelation.

oder III $x=y^2$

III Dies ist nur eine Relation, **keine** Funktion. Der Wert ist nicht eindeutig.

Folie 21

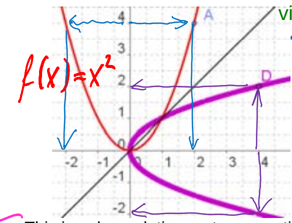
inverse questions, inverse functions, inverse relations

question: Which is the value of f at abscissa 2?

answer: 4 is the value, f(2)=4

inverse question: at which postions has f the value 2?

answer: +2 and -2 are the solutions, f(+2)=4 and f(-2)=4



visualisation of the inverse question

I draw from the y-axis to the curve and then draw to the x-axis

or II at first reflect the curve with the angle bisection line y=x then draw from the x-axis to this curve and than draw to the y-axis

or III $x=y^2$

III This is only a relation, not an equation of a function, the y-value is not unique

Folie 22

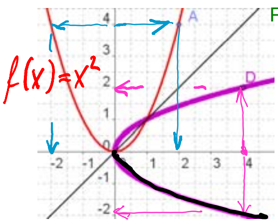
Umkehr-Fragen, Umkehr-Funktionen, Umkehr-Relationen

Frage: Welchen Wert hat f an der Stelle 2?

Antwort: 4 ist der Wert, f(2)=4 Umkehrfkt

Umkehrfrage: An welchen Stellen hat f hat den Wert 4?

Antwort: +2 und -2 sind Lösungen, f(+2)=4 und f(-2)=4



Formalisierung der Umkehrfrage:

f^{-1} = **Umkehrfunktion von** f

Bilde (hier stückweise) die Umkehrfunktion

$g(x)=\sqrt{x}$ $\quad g(4)=\sqrt{4}=2$

$h(x)=-\sqrt{x}$ $\quad h(4)=-2$

Folie 23

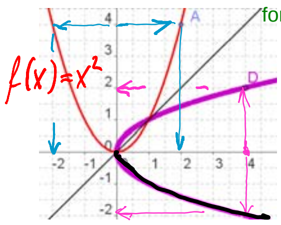
inverse questions, inverse functions, inverse relations

question: Which is the value of f at abscissa 2?

answer: 4 is the value, f(2)=4 inverse fkt

inverse question: at which postions has f the value 2?

answer: +2 and -2 are the solutions, f(+2)=4 and f(-2)=4



formalisation of the inverse question

f^{-1} = **inverse function of** f

build the inverse function it is here only piecewise possible

$g(x)=\sqrt{x}$ $\quad g(4)=\sqrt{4}=2$

$h(x)=-\sqrt{x}$ $\quad h(4)=-2$

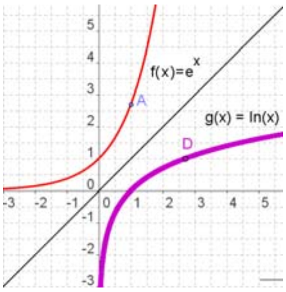
Folie 24

die Exponentialfunktion

$f(x) = e^x$

Umkehrfkt

Eulersche e-Funktion



der natürliche Logarithmus

die ln-Funktion

der ln

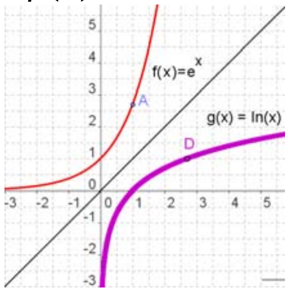
Folie 25

the one and only Exponential Function

$f(x) = e^x$

Umkehrfkt

Euler's e-Funktion



the natural logarithm

the ln-function

the ln

Folie 26

die Exponentialfunktion

$f(x) = e^x$ $\quad e^{\ln(x)} = x$

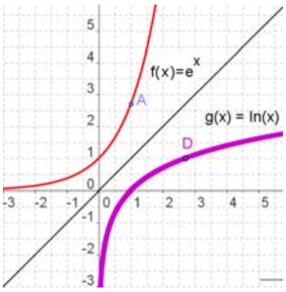
Umkehrfkt

Eulersche e-Funktion

f

$f(1) = e^1 = e$

$f(0) = e^0 = 1$



$\ln(e^x) = x$

der natürliche Logarithmus

die ln-Funktion

der ln

$f^{-1}(x) = \ln(x)$

$\ln(e) = 1$

$\ln(1) = 0$

Folie 27

the one and only Exponential Function

$f(x) = e^x$ $\quad e^{\ln(x)} = x$

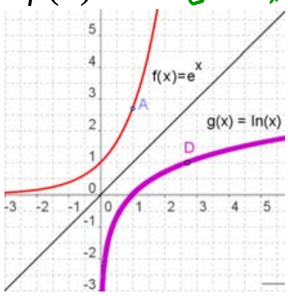
Umkehrfkt

Euler's e-Funktion

f

$f(1) = e^1 = e$

$f(0) = e^0 = 1$



$\ln(e^x) = x$

the natural logarithm

the ln-function

the ln

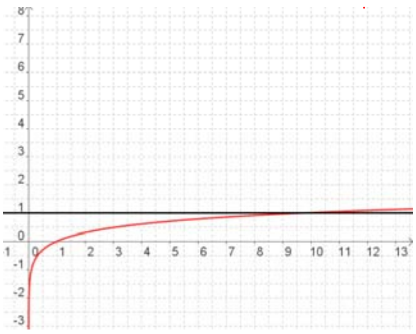
$f^{-1}(x) = \ln(x)$

$\ln(e) = 1$

$\ln(1) = 0$

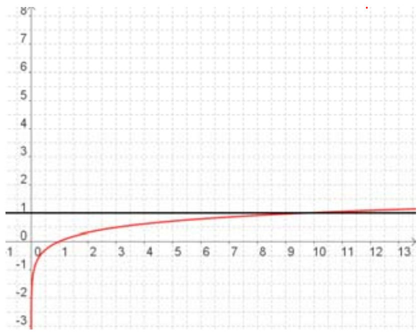
Folie 28

Wie langsam wächst der Logarithmus?



Folie 29

How Slow the Logarithm is Growing?



Folie 30

Umkehrfkt

Jede Funktion frisst ihre Umkehrfunktion

für $x>0$

$y=\sqrt{x}$ $\qquad$ $y=\ln(x)$

$y=\arcsin(x)$

$y=\sqrt[n]{x}$

für Hauptwerte $\qquad$ $y=\log_a(x)$

Folie 31

Umkehrfkt

Every Function Feeds her Inverse Function

für $x>0$

$y=\sqrt{x}$ $\qquad$ $y=\ln(x)$

$y=\arcsin(x)$

$y=\sqrt[n]{x}$

für Hauptwerte $\qquad$ $y=\log_a(x)$

Folie 32

Jeder Funktion frisst ihre Umkehrfunktion

für $x>0$

$y=\sqrt{x}$ $\qquad$ $y=\ln(x)$

$\sqrt{x^2}=|x|$ $\qquad$ $y=\arcsin(x)$ $\qquad$ $\ln(e^x)=x$

$(\sqrt{x})^2=x$ $\qquad$ $\sin(\arcsin(x))=x$ $\qquad$ $e^{\ln x}=x$

$\arcsin(\sin(x))=x$

$y=\sqrt[n]{x}$ $\qquad$ für Hauptwerte $\qquad$ $y=\log_a(x)$

$\sqrt[n]{x^n}=|x|$

Folie 33

Every Function Feeds her Inverse Function

für $x>0$

$y=\sqrt{x}$ $\qquad$ $y=\ln(x)$

$\sqrt{x^2}=|x|$ $\qquad$ $y=\arcsin(x)$ $\qquad$ $\ln(e^x)=x$

$(\sqrt{x})^2=x$ $\qquad$ $\sin(\arcsin(x))=x$ $\qquad$ $e^{\ln x}=x$

$\arcsin(\sin(x))=x$

$y=\sqrt[n]{x}$ $\qquad$ für main values $\qquad$ $y=\log_a(x)$

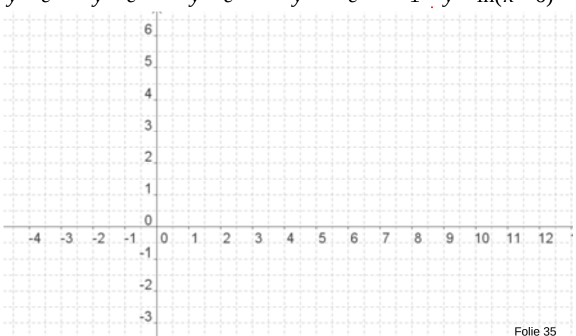
$\sqrt[n]{x^n}=|x|$

Folie 34

leer

TI neu 2011 Übung mit Funktionsgraphen

$y=e^x$ $\quad$ $y=e^{-x}$ $\quad$ $y=e^{x-2}$ $\quad$ $y=-e^{x-3}-1$ $\quad$ $y=\ln(x-6)$



Folie 35

leer

Practise with Graphs of Functions

TI neu 2011

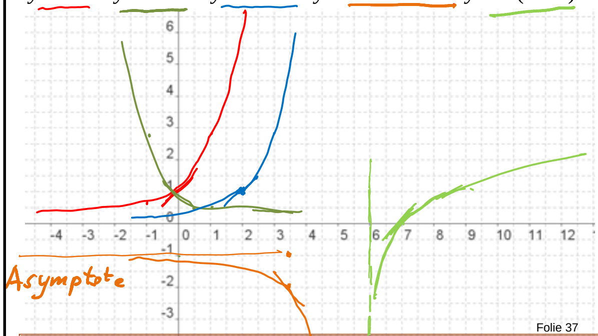
$y=e^x$ $\quad$ $y=e^{-x}$ $\quad$ $y=e^{x-2}$ $\quad$ $y=-e^{x-3}-1$ $\quad$ $y=\ln(x-6)$

Folie 36

Übung mit Funktionsgraphen

leer

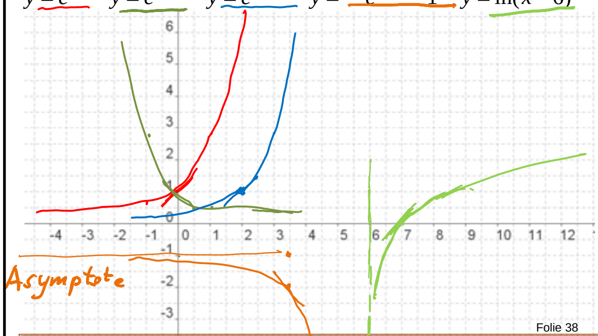
$y = e^x$ $y = e^{-x}$ $y = e^{x-2}$ $y = -e^{x-3} - 1$ $y = \ln(x-6)$



practise with graphs of functions

leer

$y = e^x$ $y = e^{-x}$ $y = e^{x-2}$ $y = -e^{x-3} - 1$ $y = \ln(x-6)$



Funktionsgleichung y = f(x)

Grundtypen

GeoGebra

Potenzfunktion $f(x) = x^k$ $f^{-1} = g$ **Wurzelfunktion** $g(x) = \sqrt[k]{x}$

Exponentialfunktion $f(x) = e^x$ $f^{-1} = g$ **Logarithmus** $g(x) = \ln(x)$

Trigonometrische Funktion $f(x) = \sin(x)$ $f^{-1} = g$ **Arcus-Funktion** $g(x) = \arcsin(x) = \text{INV} \sin(x)$

Equation of a Function y = f(x)

main types

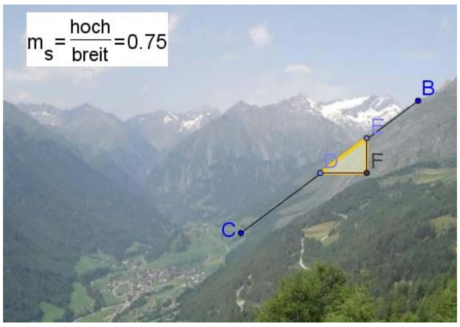
GeoGebra

power function $f(x) = x^k$ $f^{-1} = g$ **root function** $g(x) = \sqrt[k]{x}$

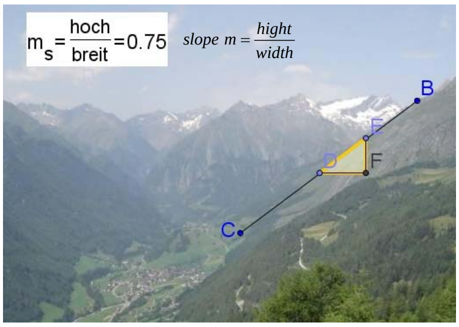
exponential function $f(x) = e^x$ $f^{-1} = g$ **logarithm** $g(x) = \ln(x)$

trigonometric function $f(x) = \sin(x)$ $f^{-1} = g$ **arc function** $g(x) = \arcsin(x) = \text{INV} \sin(x)$

Differentiale



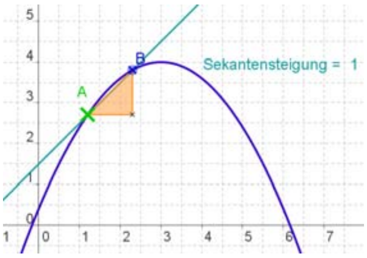
Differentials



Parabel

Differentiale

Sekanten
Nur zur Vertiefung

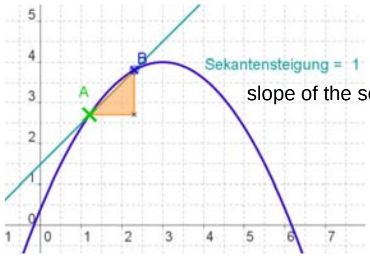


Folie 45

Parabola

Differentials

secants
only for deepening

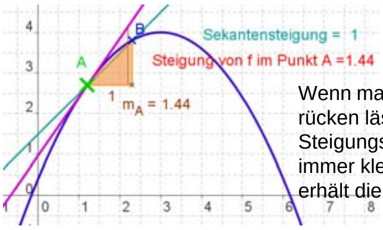


slope of the secant line

Folie 46

Das Differential

Also untersuchen wir für jeden Punkt einer Funktion:
welche Steigung hat die Funktion in dem Punkt?



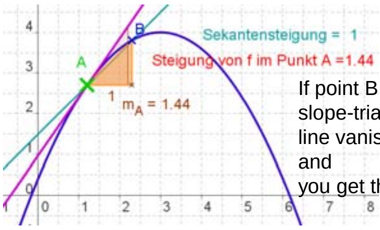
Wenn man B an A heran-rücken lässt, wird das Steigungsdreieck der Sekante immer kleiner und man erhält die Tangente in A.

$$m_A = \lim_{x \to a} m_{sekante}$$

Folie 47

The Differential

At the end we search for every point on a function:
which slope has the function in that point?



slope of f in point A

If point B goes to point A, the slope-triangle of the secant line vanish more and more and
you get the tangent line in A.

$$m_A = \lim_{x \to a} m_{secant}$$

Folie 48

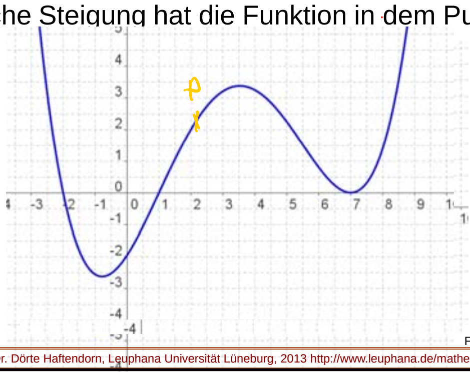
Das Differential

Also untersuchen wir für jeden Punkt einer Funktion:
welche Steigung hat die Funktion in dem Punkt?

Fahrrad, Bspl 2

Fahrrad pur

Fahrrad hier



Folie 49

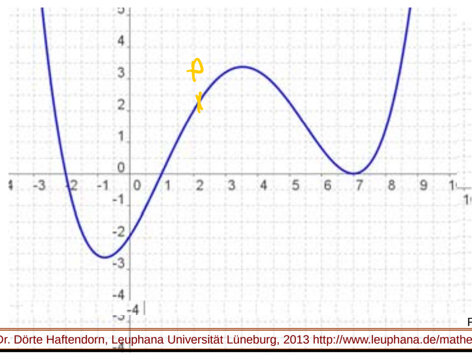
The Differential

At the end we seach for every point on a function:
which slope has the function in that point?

Fahrrad, Bspl 2

Fahrrad pur

Fahrrad hier

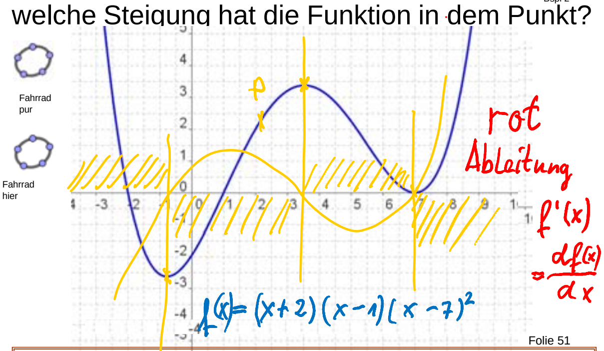


Folie 50

Das Differential

Also untersuchen wir für jeden Punkt einer Funktion:

welche Steigung hat die Funktion in dem Punkt?



Fahrrad, Bspl 2

Fahrrad pur

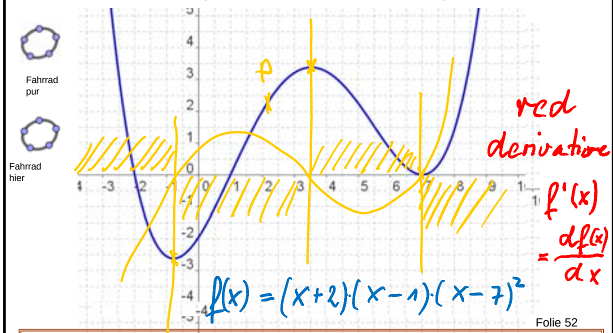
Fahrrad hier

Folie 51

The Differential

At the end we seach for every point on a function:

which slope has the function in that point?



Fahrrad, Bspl 2

Fahrrad pur

Fahrrad hier

Folie 52

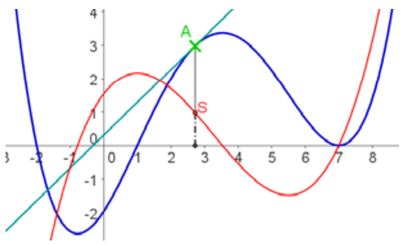
diff

Die Ableitung f ‘ ist die Funktion, die für jedes x die Steigung der Funktion f angibt.

Fahrrad, Bspl 2

Fahrrad pur

Fahrrad hier



Die rote Funktion ist also die Ableitung von der blauen.

Folie 53

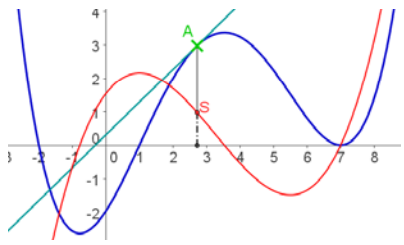
diff

The derivative f ‘ is the function, which shows the slope of the given function for every position x

Fahrrad, Bspl 2

Fahrrad pur

Fahrrad hier

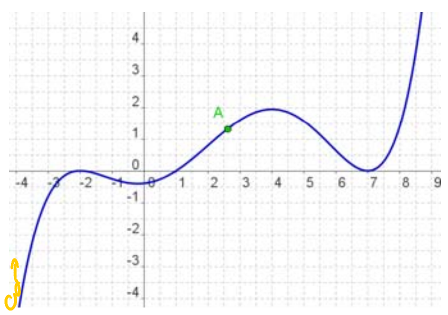


Now: the red function is the derivative of the blue function.

Folie 54

Übung 2 mit Funktionsgraphen

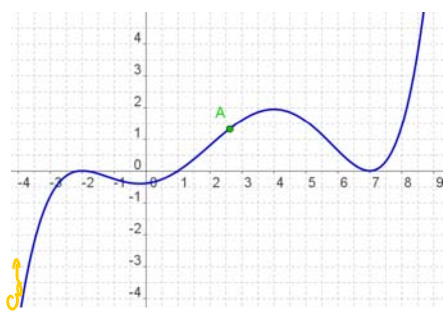
Fahrrad, Bspl 2



Folie 55

Practice 2 with Graphs of Functions

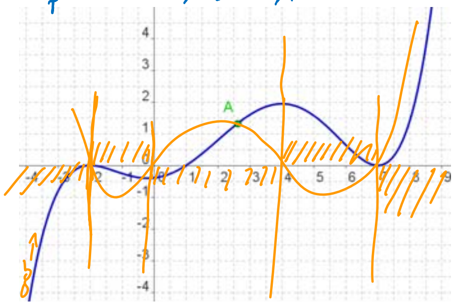
Fahrrad, Bspl 2



Folie 56

Übung 2 mit Funktionsgraphen

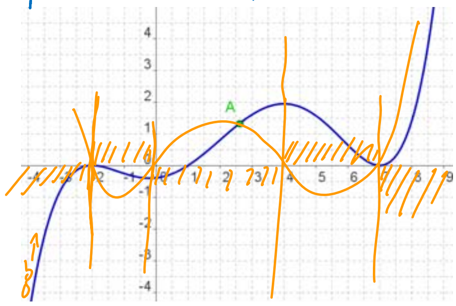
$f(x) = (x+2)^2 (x-1)(x-7)^2$



Folie 57

Practice 2 with Graphs of Functions

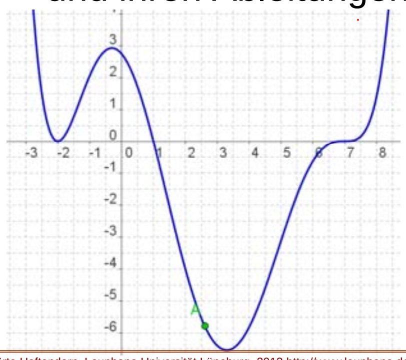
$f(x) = (x+2)^2 \cdot (x-1)(x-7)^2$



Folie 58

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus

Übung 3 mit Funktionsgraphen und ihren Ableitungen

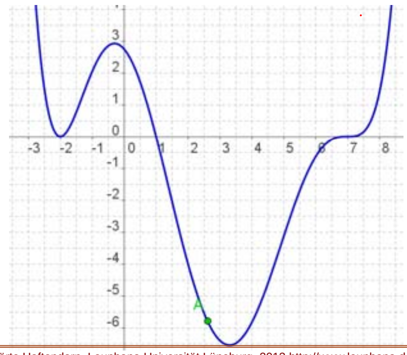


diff3

Folie 59

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus

Practice 3 with Graphs of Functions and their Derivatives

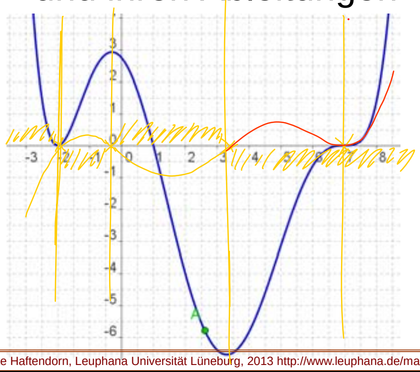


diff3

Folie 60

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus

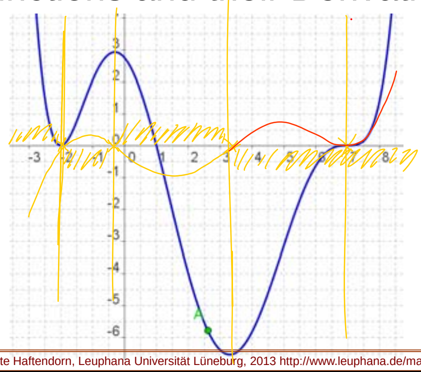
Übung 3 mit Funktionsgraphen und ihren Ableitungen



Folie 61

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus

Practice 3 with Graphs of Functions and their Derivatives



Folie 62

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2013 http://www.leuphana.de/matheomnibus

e-Funktion, das ganze Geheimnis

Teil 1 Teil 2 Ableiten

$$f(x) = e^x$$

die e-Funktion ist diejenige Exponentialfunktion, die in (0/1) die Steigung 1 hat.

Folie 63

E-function, the Hole Mystery

Teil 1 Teil 2 Ableiten

$$f(x) = e^x$$

the one and only e-function is the exponential function who has in the point (0/1) the slope 1.

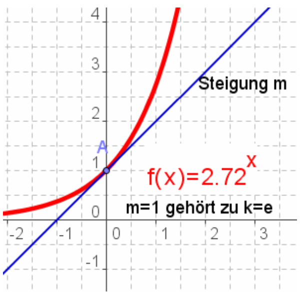
Folie 64

e-Funktion, das ganze Geheimnis

Teil 1 Teil 2 Ableiten

$$f(x) = e^x$$

die e-Funktion ist diejenige Exponentialfunktion, die in (0/1) die Steigung 1 hat.



Die e-Funktion ist diejenige Funktion, die mit ihrer Ableitung übereinstimmt.

$$\left(e^x\right)' = e^x$$

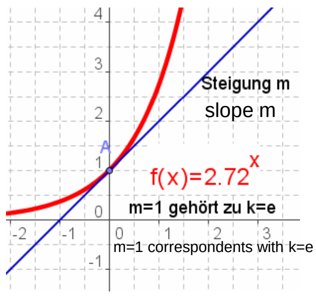
Folie 65

E-function, the Hole Mystery

Teil 1 Teil 2 Ableiten

$$f(x) = e^x$$

the one and only e-function is the exponential function who has in the point (0/1) the slope 1.



The e-function ist the only function who is identic with ist derivative.

$$\left(e^x\right)' = e^x$$

Folie 66