

Codierung

Die Bahn 

Bitte auf A4 ausdrucken

OnlineTicket

IC/EC Fahrkarte

Gültigkeit: Hinfahrt ab 14.09.2007, Rückfahrt ab 16.09.2007

Sparpreis 50 (Hin- und Rückfahrt)

Klasse: 1

Erw: 1

Hinfahrt: Lüneburg → Bonn, mit IC/EC

Rückfahrt: Bonn → Lüneburg, mit IC/EC

Über: H: NV*HH-Harb 11:57 IC2029 R: BonnHbf 15:22 IC2004/
MS-Hbf 17:55 IC1904/HH-Harb*NV

DB: Gilt nur in gebuchten Zügen gem. der im Abschnitt "Fahrkarte" angeg. Strecke u. Reisetagen sowie im NV (S/RB/RE/IRE) vor/nach den gebuchten Zügen. Besondere Konditionen für Umtausch/Erstattung beachten.

Zahlungspositionen und Preis

Kreditkartenzahlung		Positionen	
Betrag	EUR 116,00	Fahrkarte Hin- und Rückfahrt	1 EUR 113,00
Datum	11.09.2007	Reservierung Hinfahrt	1 EUR 1,50
Transaktions-Nr	329604	Reservierungen Rückfahrt	2 EUR 1,50
VU-Nr	4556695619	Summe	EUR 116,00
Gen-Nr	259428	Enthaltene MwSt. (D) 19%	EUR 18,52

Ihre Kreditkarte wurde mit dem oben genannten Betrag belastet. Die Buchung Ihres OnlineTickets erfolgte am 11.09.2007. DB Fernverkehr AG/DB Regio AG, Stephensonstr. 1, 60326 Frankfurt, Steuernummer: 045 231 28552.



Barcode bitte nicht knicken!

Hinfahrt:
Zertifikat: 20C2 VNAR GDV
Gültig ab: 14.09.2007

Zangenabdruck

Rückfahrt:
Zertifikat: 20G1 ZRJX 3AV
Gültig ab: 16.09.2007

Zangenabdruck

Frau Prof. Dr. Dörte Haftendorn
Ausweis: BahnCard 0267
Auftragsnummer: ZF6P80

Ihre Reiseverbindung und Reservierung Hinfahrt am 14.09.2007

2

EAN Europäische Artikelnummer

Außländische Produkte

Holland 87

Österreich 90

Frankreich 31, 32, 33

USA 0...

Portugal 56

Chile 78

Deutschland 40, 42, 43

Italien 80

Spanien 84

Mexico 74 Guatemala, Panama u.a

Großbritannien/Irland 50



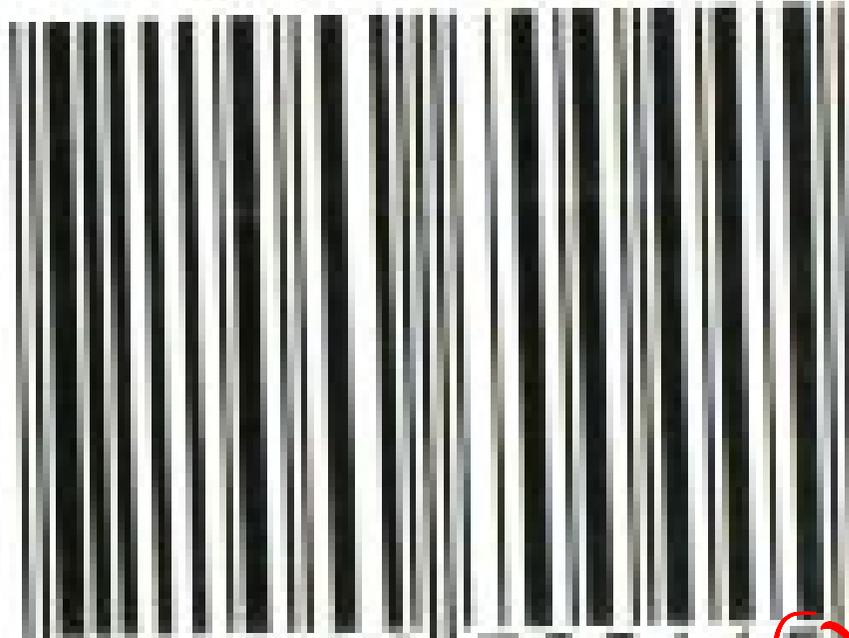
www.activebarcode.de/codes/ean13laenderpraefixe.html

Ausführlich: http://www.ruoss-kistler.ch/handel/hilfe/ean_laender_prefix.htm 4

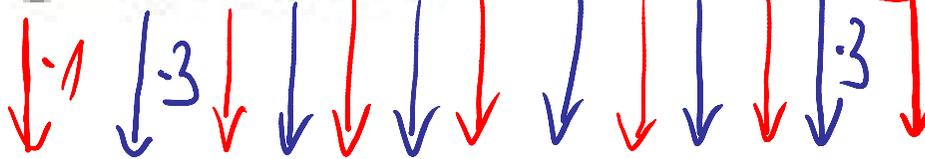
EAN Europäische Artikelnummer



EAN Europäische Artikelnummer



8 7 1 1 5 0 0 7 0 0 4 4 5



Prüfziffer passt

muß

$$8 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 5 + 0 + 0 + 2 \cdot 1 + 0 + 0 + 4 \cdot 1 + 2 + 5 = 75 + 5 = 80 = n \cdot 10$$

EAN Europäische Artikelnummer

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	9	7	8	3	8	2	7	4	1	7	5	8	9		EAN
2	9		8		8		7		1		5			38	mal 1
3		21		9		6		12		21		24		93	mal 3
4														131	Summe
5													140		Muss Zehner sein

in GeoGebra



Programm: www.geogebra.org

EAN 1 234 567 891 234

Produkte

{1, 6, 3, 12, 5, 18, 7, 24, 9, 3, 2, 9, 4}

Prüfsumme 103 passt nicht, es muss ein voller Zehner sein

www.mathematik-sehen-und-verstehen.de/03codi/codi.htm



EAN

Zahlendreher
werden meist
gemerkt

drehen

X	Y	Y · X
↓ · 1	↓ · 3	↓ · 1 ↓ · 3



EAN

Zahlendreher
werden meist
gemerkt

aber nicht:

x	y
5	0
6	1
7	2
8	3
9	4

drehen

$$\begin{array}{ccc}
 x & y & y \cdot x \\
 \downarrow \cdot 1 & \downarrow \cdot 3 & \downarrow \cdot 1 \quad \downarrow \cdot 3 \\
 x + 3y & \equiv & y + 3x \\
 \Leftrightarrow & 2y - 2x & \equiv_{10} 0 \Leftrightarrow 2 \cdot (x - y) \equiv_{10} 0
 \end{array}$$

ISBN veraltet

neue ISBN-13

Zahlendreher
wurden immer
gemerkt



3 5 2 8 0 3 2 1 5 p
↓ · 10 ↓ · 9 ↓ 8 ↓ · 7 ↓ · 6 ↓ · 5 ↓ · 4 ↓ 3 ↓ · 2 ↓ · 1

alte ISBN
ohne p

ISBN veraltet

neue ISBN-13

Zahlendreher
wurden immer
gemerkt



3 5 2 8 0 3 2 1 5 \boxed{p}

$\downarrow \cdot 10 \downarrow \cdot 9 \downarrow \cdot 8 \downarrow \cdot 7 \quad \downarrow \cdot 5$

$$30 + 45 + 16 + 56 + 0 + 15 + 8 + 3 + 10 + p \equiv 0 \pmod{11}$$

$$183 + p \equiv 0 \pmod{11}$$

ISBN veraltet

neu als EAN

Zahlendreher
wurden immer
gemerkt



3 5 2 8 0 3 2 1 5
 $\downarrow \cdot 10 \downarrow \cdot 9 \downarrow \cdot 8 \downarrow \cdot 7 \downarrow \cdot 5$

4 passt, denn
 $183 + 4 = 187 = 110 + 77$

$$30 + 45 + 16 + 56 + 0 + 15 + 8 + 3 + 10 + p \equiv 0 \pmod{11}$$

$$183 + p \equiv 0 \pmod{11}$$

ISBN10 – ISBN13

prüfen und umrechnen

5	3	9	3	6	2	5	7	4	8	5	G7 zu 11 ergänzen	in GeoGebra
6	30	81	24	42	12	25	28	12	16	270	0	
7							6 +		5 =	11	hier drüber muss 0 sein	
8												
9	3	9	3	6	2	5	7	4	8	5	alternative Art	
10	3	18	9	24	10	30	49	32	72	50	297	0
11											hier drüber muss 0 sein)

ISBN10 "1234567897"

Ergebnis:

```

Produkte           {10, 18, 24, 28, 30, 30, 28, 24, 18, 7}
Prüfsumme ISBN10  passt nicht, nächster Elfer ist
217                220
Die neue Buchnummer ist ISBN13 = 9781 234 567 897
    
```

Achtung: unten *.cdf nehmen

www.mathematik-sehen-und-verstehen.de/03codi/codi.htm₁₃

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, 2015 <http://www.leuphana.de/matheomnibus>

Kontonummer prüfen

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	5	2	1	1	3	3	7	0	Kto	
2	10		2		6		14		mal 2	
3	1		0		0		1			2 ZehnerZiffern
4	0	2	2	1	6	3	4	0		18 EinerZiffern
5										20



in GeoGebra,
GeoGebra Programm: www.geogebra.org

IBAN

International Bank Account Number

IBAN berechnen und prüfen Haftendorn 2013 , Info aus www.iban.de

Berechnung der IBAN International **B**ank **A**ccount **N**umber



wird **blk:=24050110** **kto:=52113370**

Deutschland DE wird 1314 weil D und E die 4. und 5. Buchstaben im Alphabet sind

Zu diesen Plätzen 9 addiert. **la:=1314** ▶ 1314 **land:="DE"** ▶ DE

6	prf:=98-erg → prf := 69
7	Mod[nr+prf, 97] → 1
8	blko:=(blz*10 ¹⁰ +kto) → blko := 240501100052113370
9	IBAN:="DE"+prf+blko → IBAN := DE69240501100052113376

in GeoGebra,

Programm: www.geogebra.org



<http://www.blkb.ch/sepa-laenderliste.pdf>

15

IBAN

IBAN berechnen und prüfen Haftendorn 2013 , Info aus www.iban.de

Berechnung der **IBAN** **I**nternational **B**ank **A**ccount **N**umber

wird **bkl**:=24050110 **kto**:=52113370

Deutschland DE wird 1314 weil D und E die 4. und 5. Buchstaben im Alphabet sind

Zu diesen Plätzen 9 addiert. **la**:=1314 ▶ 1314 **land**:= "DE" ▶ DE

$$\text{zahl} := \text{bkl} \cdot 10^{16} + \text{kto} \cdot 10^6 + \text{la} \cdot 100 \quad \blacktriangleright \quad 240501100052113370131400$$

$$\text{zm} := \text{mod}(\text{zahl}, 97) \quad \blacktriangleright \quad 29 \quad \text{pr} := 98 - \text{zm} \quad \text{Das ist die Prüfziffer}$$

$$\text{ibanliste} = \{ \text{land}, \text{pr}, \text{bkl} \cdot 10^{10} + \text{kto} \} \quad \blacktriangleright \quad \text{ibanliste} = \{ \text{"DE"}, 69, 240501100052113370 \}$$



Die Prüfung ist dann:

$$zm + pr = 1 \text{ modulo } 97$$

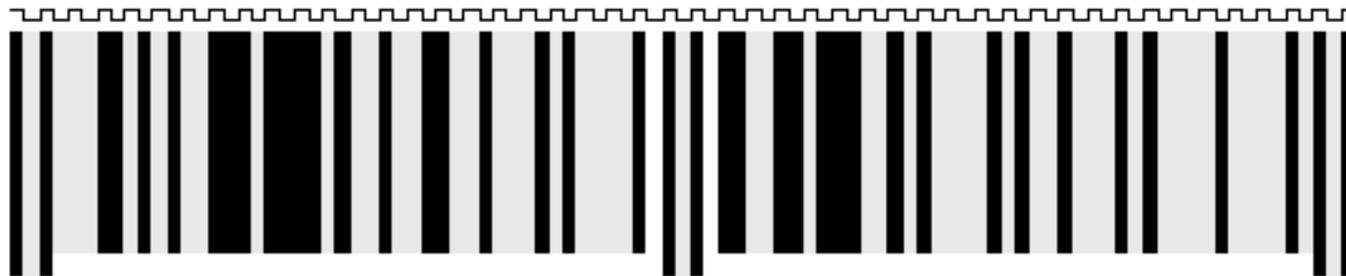
Vollständig in TI Nspire verfügbar

www.mathematik-sehen-und-verstehen.de/03codi/codi.htm

EAN

4 0 0 3 2 7 3 1 0 3 8 6 3

4 0 0 3 2 7 3 1 0 3 8 6 3



Die erste Ziffer ist in der Abfolge AB.... codiert

Z	Erste Ziffer	Code A	Code B	Code C
0	AAA AAA	0 00110 1	0 10011 1	1 11001 0
1	AAB AAB	0 01100 1	0 11001 1	1 10011 0
2	AAB BAB	0 01001 1	0 01101 1	1 10110 0
3	AAB BBA	0 11110 1	0 10000 1	1 00001 0
4	ABA ABB	0 10001 1	0 01110 1	1 01110 0
5	ABB AAB	0 11000 1	0 11100 1	1 00111 0
6	ABB BAB	0 10111 1	0 00010 1	1 01000 0
7	ABA BAB	0 11101 1	0 01000 1	1 00010 0
8	ABA BBA	0 11011 1	0 00100 1	1 00100 0
9	ABB ABA	0 00101 1	0 01011 1	1 11010 0

EAN

4 | A B A A B B | code a
 4 0 0 3 2 7 3 | 1 0 3 8 6 3

0 1 0 0

4 0 0 3 2 7 3 || 1 0 3 8 6 3



000
 11
 0 1 0 1
 1111

Z	Erste Ziffer	Code A	Code B	Code C
0	AAA AAA	0 00110 1	0 10011 1	1 11001 0
1	AAB AAB	0 01100 1	0 11001 1	1 10011 0
2	AAB BAB	0 01001 1	0 01101 1	1 10110 0
3	AAB BBA	0 11110 1	0 10000 1	1 00001 0
4	ABA ABB	0 10001 1	0 01110 1	1 01110 0
5	ABB AAB	0 11000 1	0 11100 1	1 00111 0
6	ABB BAB	0 10111 1	0 00010 1	1 01000 0
7	ABA BAB	0 11101 1	0 01000 1	1 00010 0
8	ABA BBA	0 11011 1	0 00100 1	1 00100 0
9	ABB ABA	0 00101 1	0 01011 1	1 11010 0

Die erste Ziffer ist in der Abfolge AB.... codiert

An der Parität kann die Leserichtung erkannt werden.

Par = 1 Parität = 0

Fehlerkorrigierende Codes



Fehlerkorrigierende Codes

- Wir betrachten **binäre Codewörter** aus 0 und 1
- Die **Parität** eines Codewortes ist
 - 0, wenn das Wort eine gerade Anzahl 1 hat
 - 1, wenn das Wort eine ungerade Anzahl 1 hat
- Der **Hammingabstand** zweier Codewörter ist die Anzahl der unterschiedlich besetzten Stellen.

0101111
0111011

0000101 $P =$
0010001 $P =$
 $h =$

0101111
0000101

1010000 $P =$
1000100 $P =$
 $h =$

Fehlerkorrigierende Codes

- Wir betrachten **binäre Codewörter** aus 0 und 1
- Die **Parität** eines Codewortes ist
 - 0, wenn das Wort eine gerade Anzahl 1 hat
 - 1, wenn das Wort eine ungerade Anzahl 1 hat
- Der **Hammingabstand** zweier Codewörter ist die Anzahl der unterschiedlich besetzten Stellen.

0101111 $P = 1$
0111011 $P = 1$
 . .
 $h = 2$

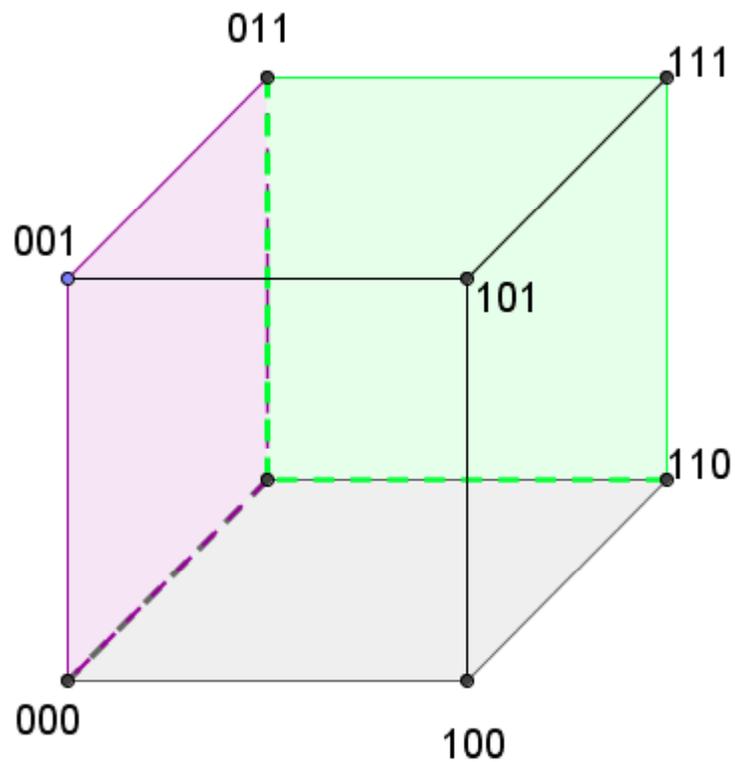
0000101 $P = 0$
0010001 $P = 0$
 . .
 $h = 2$

0101111 $P = 1$
0000101 $P = 0$
 . .
 $h = 3$

1010000 $P = 0$
1000100 $P = 0$
 . .
 $h = 2$

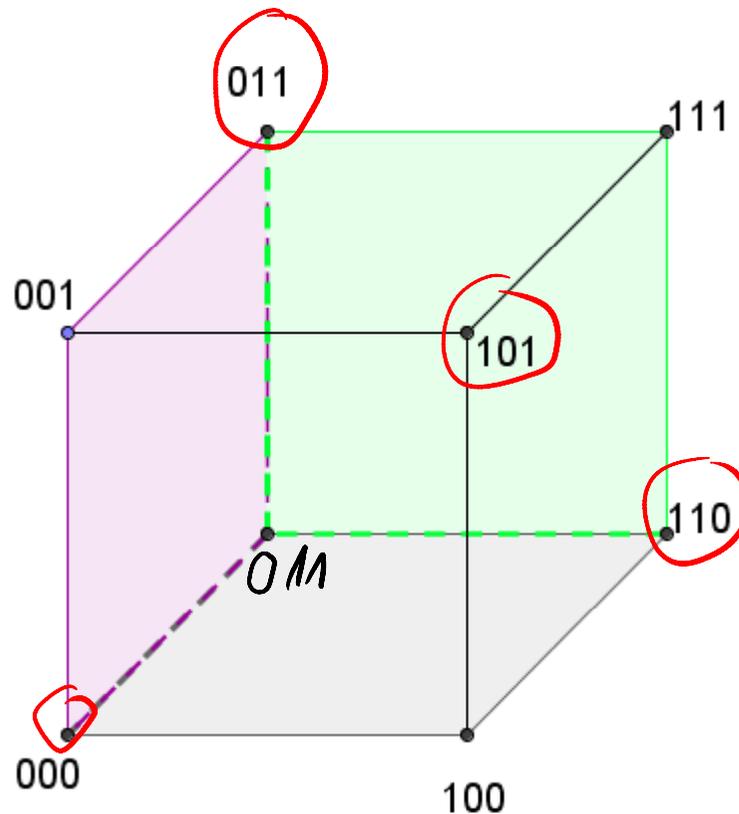
Fehler-erkennende Codes

- Wir betrachten binäre Codewörter mit 3 Bit.



Fehler-erkennende Codes

- Wir betrachten binäre Codewörter mit 3 Bit.



- 4 Wörter erlaubt,
- $h=2$

Der Code aus diesen 4 Wörtern kann Einzelfehler erkennen, aber nicht korrigieren

Fehlerkorrigierende Codes

- Code mit Hammingabstand mindestens 3

• 11101101 10011100 10010011 Erlaubte Codewörter

- Nun tritt ein einziger Fehler auf.

• 10010100

- Den Fehler entdeckt man dadurch, dass es kein zulässiges Wort ist.

- Die letzte Ziffer ist oft die Parität des davor stehenden Wortes.

Dann sieht man den Fehler an der falschen Parität.

- Das falsche Wort hat vom mittleren Codewort den Hammingabstand 1.

Von den anderen Codewörtern hat es den Hammingabstand mind. 2.

- Man nimmt dieses „nahe“ Codewort anstelle des falschen.

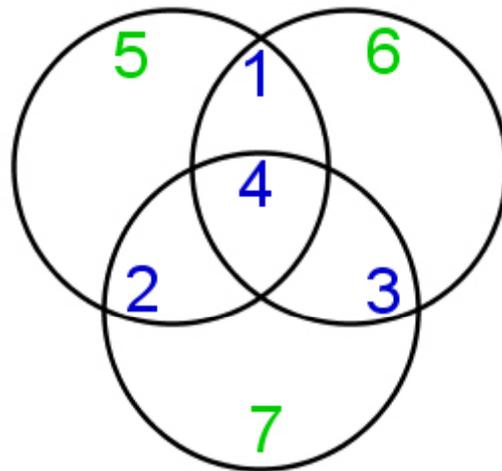
- 10011100 wird jetzt nach dem Fehler genommen

• Nun ist alles wieder richtig.

Hamming-Code

- Richard Hammming fand 1948 als Erster einen fehlerkorrigierenden Code.
- Wir betrachten einen Code aus 4 Bits.
- Alle $2^4=16$ möglichen Wörter sind erlaubt.
- Die Nachricht:

IOII

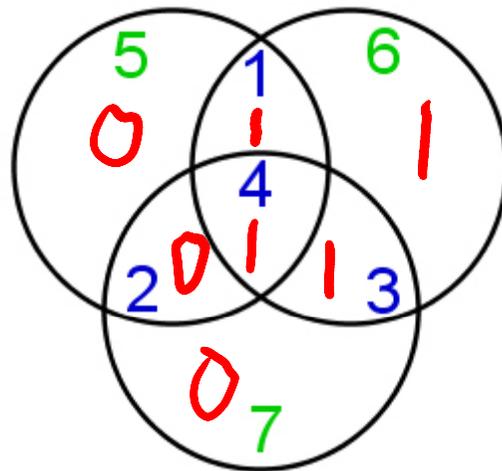


Gesendet wird:

Hamming-Code

- Richard Hammming fand 1948 als Erster einen fehlerkorrigierenden Code.
- Wir betrachten einen Code aus 4 Bits.
- Alle $2^4=16$ möglichen Wörter sind erlaubt.
- Die Nachricht:

1011



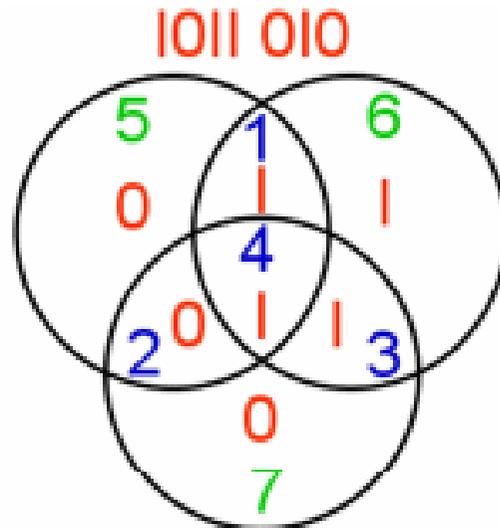
Gesendet wird:

1011010 →

Hamming-Code

- Zu je vier eigentlich zu sendenden Bits der Nachricht werden drei "Korrekturbits" berechnet und angehängt. Das Kreisbild verdeutlicht das Vorgehen:
- Schreibe die Nachricht in die blauen Felder 1,2,3,4.
- Schreibe in die grünen die Parität der im zugehörigen Kreis stehenden Bits.
- Hänge die Bits der Felder 5,6,7 an die Nachricht an.
- Der Empfänger trägt die sieben Bits in die Felder ein und prüft, ob alles richtig ist.

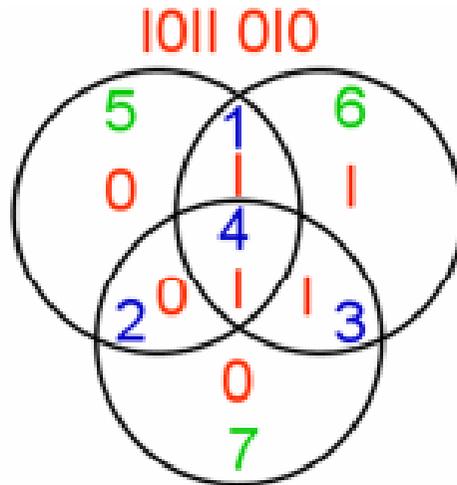
• Nachricht.
1011



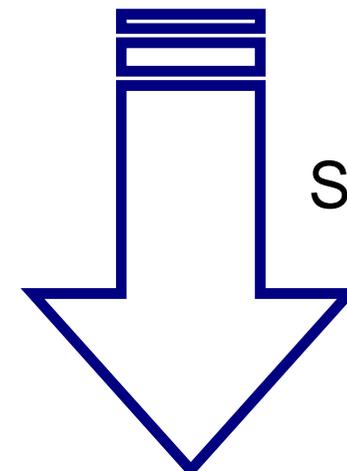
• Gesendetes Wort
1011010

Funktioniert der Hamming-Code ?

- Nachricht.
1011

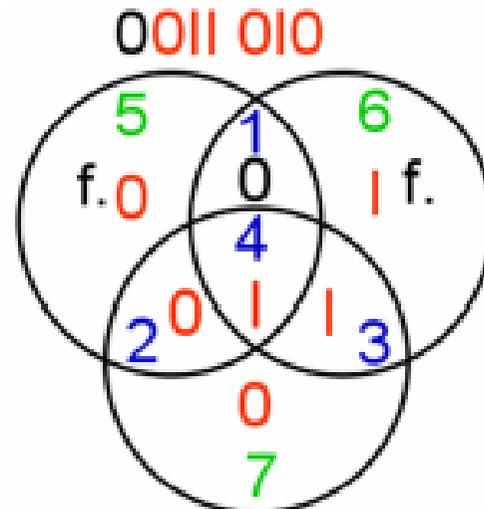


- Gesendetes Wort
1011010



Sendekanal

- Empfangenes Wort
0011010 mit Fehler

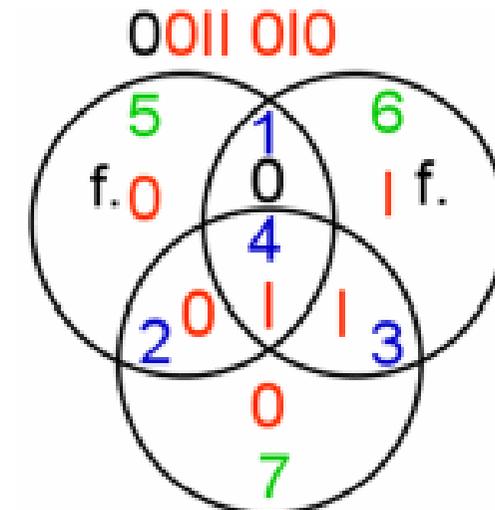
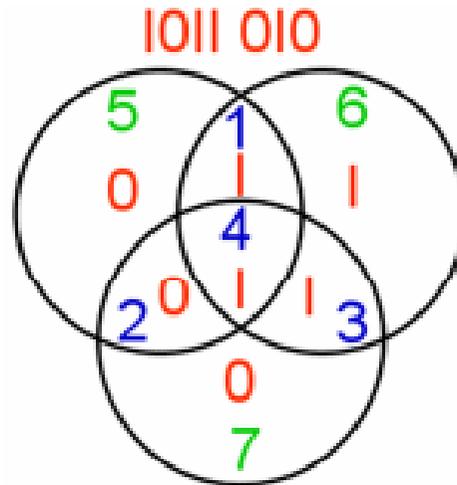


Wir betrachten
nur den Fall:
**genau ein
Fehler.**

Funktioniert der Hamming-Code ?

- Nachricht.

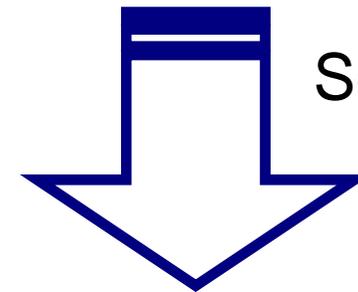
1011



Wir betrachten
nur den Fall:
genau ein
Fehler.

- Gesendetes Wort

1011010



Sendekanal

- Empfangenes Wort

0011010 mit Fehler

- Empfänger sieht:
5 und 6 falsch.
- Er ändert Platz 1.
- Er nimmt also:

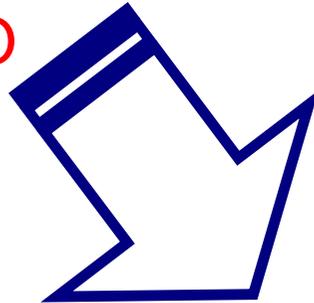
1011010

• richtig

Funktioniert der Hamming-Code ?

- Gesendetes Wort

1011010



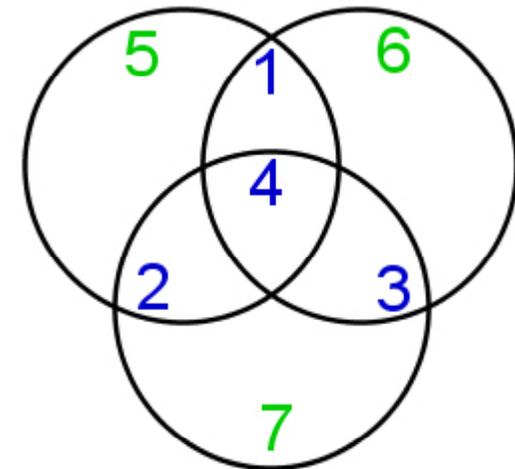
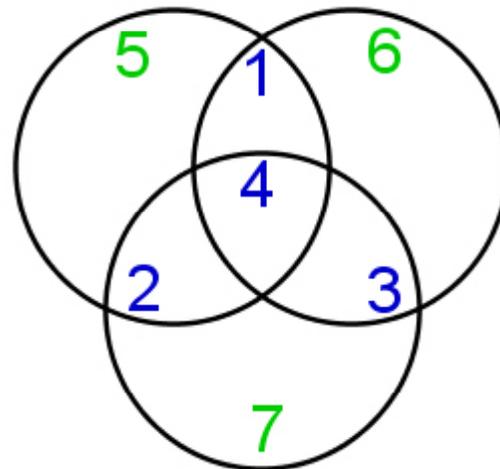
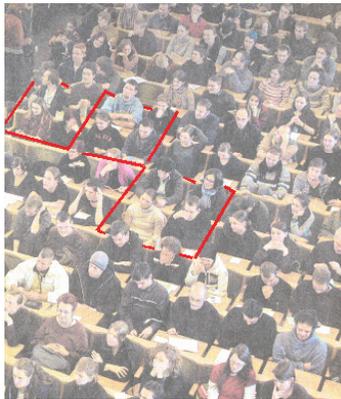
- Empfangenes Wort

- Fehler Platz 4

1010010

- Fehler Platz 5

1011110

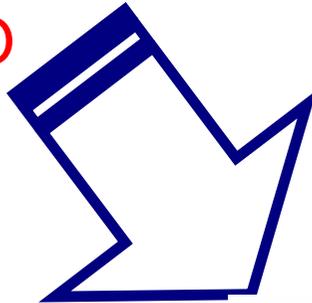


Aufgabe: Sie empfangen: 0101001 . Was ist richtig?

Funktioniert der Hamming-Code ?

- Gesendetes Wort

1011010

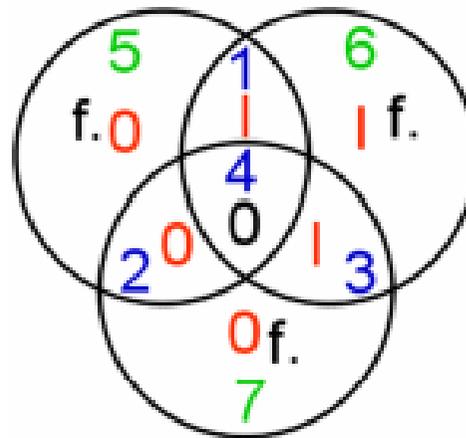


- Empfangenes Wort

- Fehler Platz 4

1010010

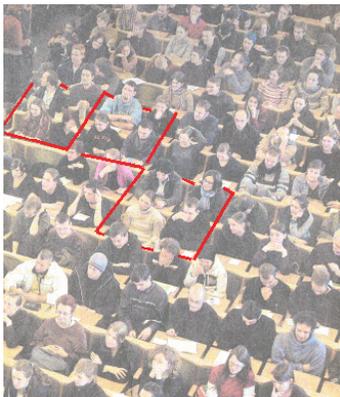
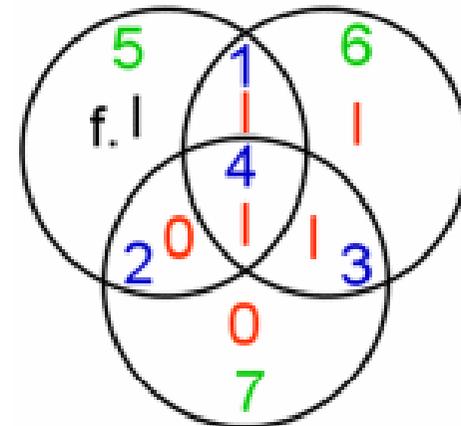
1010010



- Fehler Platz 5

1011110

1011110



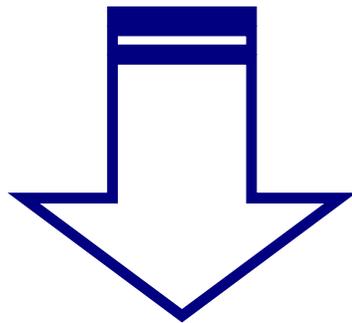
Aufgabe: Sie empfangen: 0101001 . Was ist richtig?

Funktioniert der Hamming-Code ?

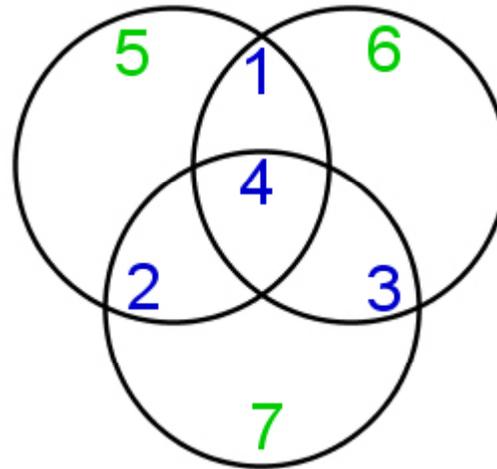
Aufgabe: Sie empfangen: 0101001. Was ist richtig?

- Gesendetes Wort

???????



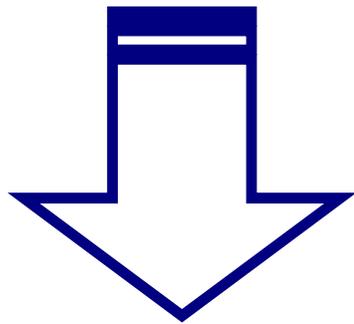
0101001



Funktioniert der Hamming-Code ?

- Gesendetes Wort

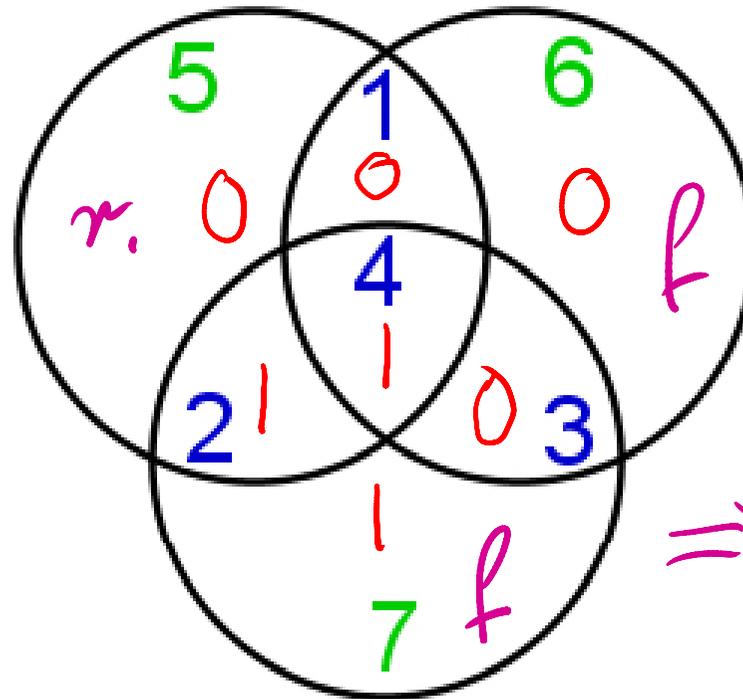
???????



0101001

richtig ist
↓

0111001

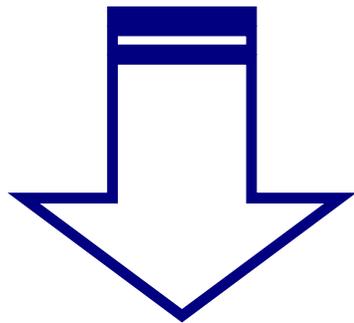


⇒ 3 falsch

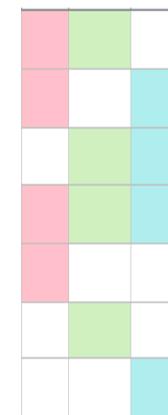
Ja, schon der alte Hammingcode kann
Einzelfehler automatisch korrigieren.

Heute gibt es noch bessere fehlerkorrigierende Codes.

Funktioniert der Hamming-Code ?



1	1	1	1	1	1	1	1	
1	1	1	2	0	0	also f	1	
1	1	1	3	0	0		0	
1	1	also f	0	4	1	1	1	
0	1	f	0	5	1	0	f	1
0	1	f	0	6	0	0	r	0
0	1	f	0	7	0	1	f	0
kam	müsste		soll		kam	müsste		soll



1001 100



1 | 1 | 01 100 **war gemeint**

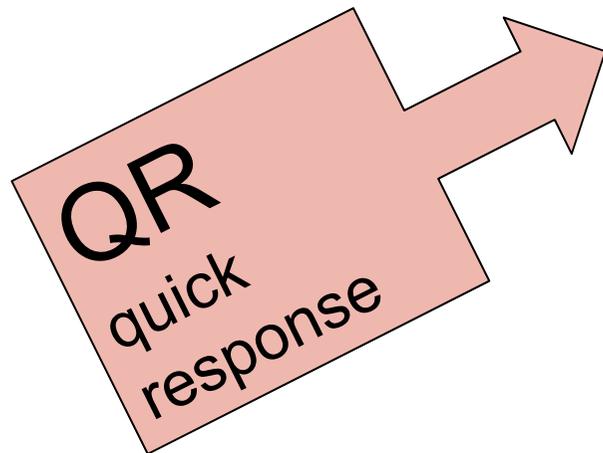
Ja, schon der alte Hammingcode kann Einzelfehler automatisch korrigieren.

Heute gibt es noch bessere fehlerkorrigierende Codes.

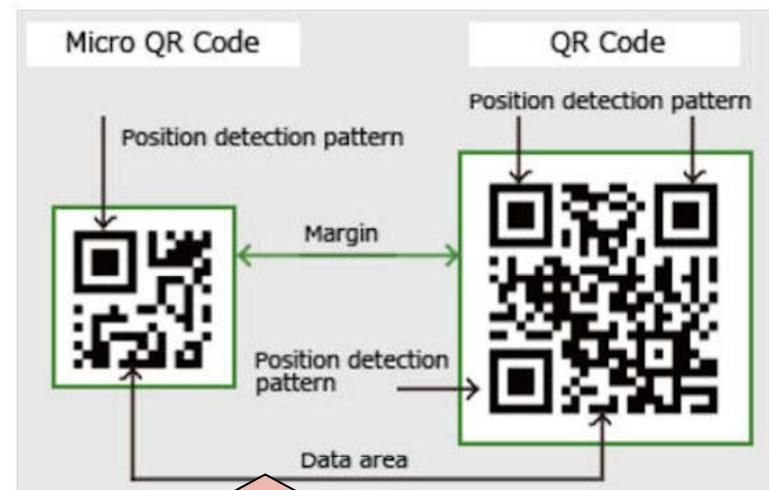
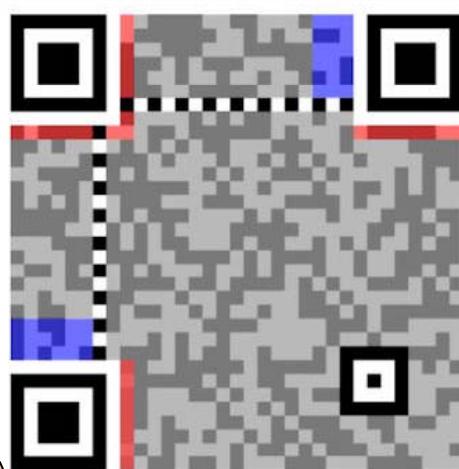
Fehlerkorrigierende Codes oder warum die CD nicht knackt



QR – Code, das gescheckte Quadrat



QR – Code, das gescheckte Quadrat

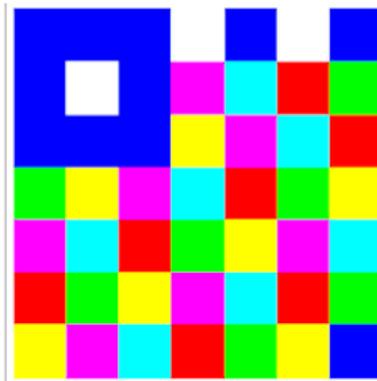
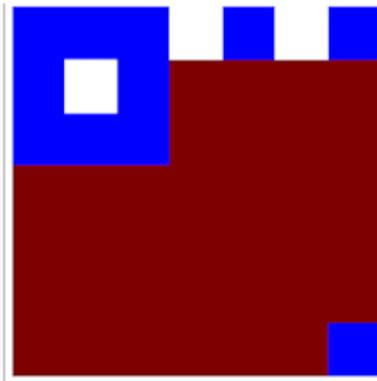


Markierungen zur
Erfassung der
Leserichtung

Datenfeld
Die Daten sind in einem
fehlerkorrigierenden Code
untergebracht.

Zwerg - QR – Code, zum Verstehen

Micro-QR



st	st	st	0	st	0	st
st	0	st	a1	b1	c1	d1
st	st	st	e1	a2	b2	c2
d2	e2	a3	b3	c3	d3	e3
a4	b4	c4	d4	e4	a5	b5
c5	d5	e5	a6	b6	c6	d6
e6	a7	b7	c7	d7	e7	st

Zwerg-QR-Code

Datenfeld

Markierungen zur Erfassung der Leserichtung

5 Codewörter a,b,c,d,e
je 4 Bit (0 oder 1)

3 Bit aus **Hammingcode**
angehängt

Also: 35 Bit Datenfeld

www.mathematik-sehen-und-verstehen.de/03codi/codi.htm

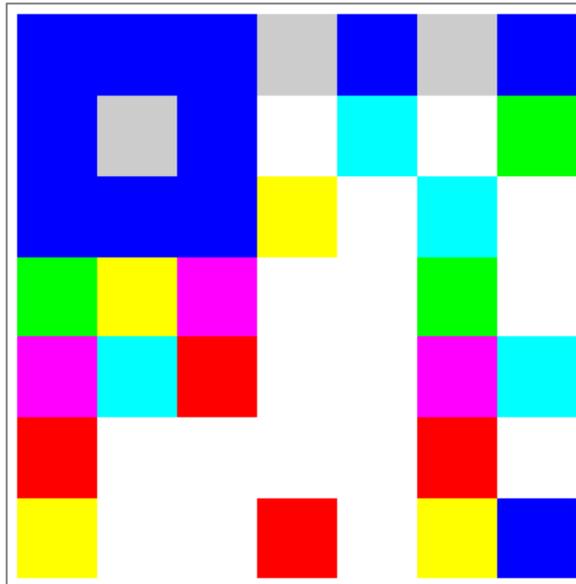
Zwerg -QR-Code erstellen

Zwerg-QR-Code erstellen

Trage eine sechsstellige Zahl in dem Kasten ein:

Zahl

Das ist der Zwerg-QR-Code deiner Zahl:

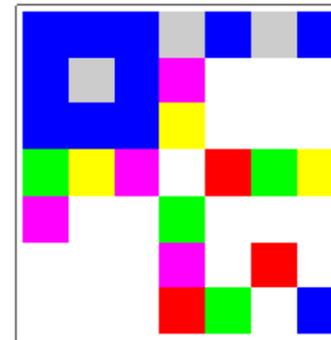
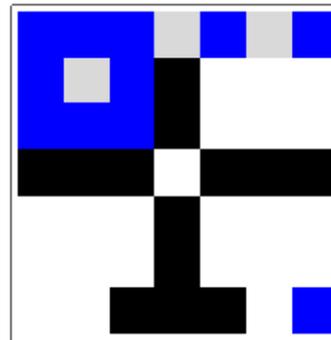
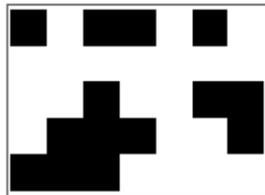
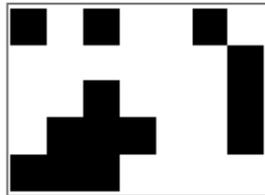
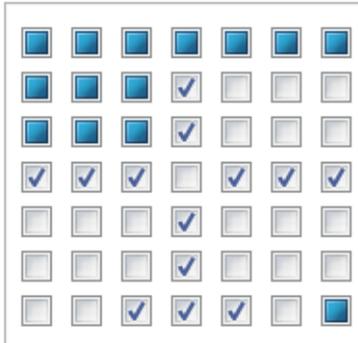


www.mathematik-sehen-und-verstehen.de/03codi/codi.htm

Zwerg -QR-Code lesen

Zwerg-QR-Code-lesen

Klicke deinen Zwerg-QR-Code an



Pos.1.1 Dein Zwerg-QR-Code

Pos.2.1 Deine 5 Codewörter zu 7 Stelle

Pos.3.1 Hamming-korrigierte Codewörter

Pos.1.2 Dein Zwerg-QR-Code wie 1.1

Pos.1.3 Korrigierter Zwerg-QR-Code

Pos.3.2 Die korrigierte Nachricht:

5 Binärwörter,

5 Hexadezimalwörter,

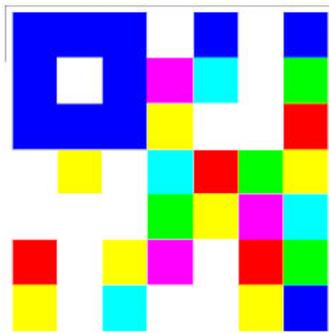
eine Dezimalzahl als Nachricht

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 11 \\ 0 \\ 2 \\ 7 \\ 14 \end{pmatrix}, 721534 \right\}$$

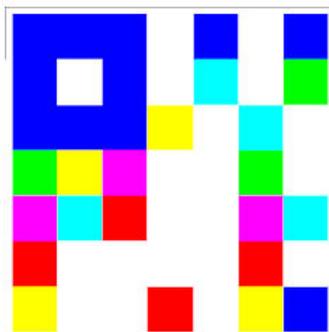
www.mathematik-sehen-und-verstehen.de/03codi/codi.htm

Zwerg - QR – Code Verstehen

TAG

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$


ein Datum

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$


•Nur in der Neuauflage!

ein Gedicht von Morgenstern

www.mathematik-sehen-und-verstehen.de/03codi/codi.htm

41