Modulo-Grundaufgaben

$\boxed{1}$ $37\ mod\ 10 =$ $231\ mod\ 11 =$ $89\ mod\ 9 =$ $78\ mod\ 7 =$	$\boxed{2}$ $-7\ mod\ 10 =$ $-7\ mod\ 11 =$ $89123\ mod\ 100 =$ $-78\ mod\ 100 =$
$\boxed{3}$ $4 + x \underset{10}{\equiv} 0 \Leftrightarrow x \underset{10}{\equiv}$ $33 + x \underset{50}{\equiv} 0 \Leftrightarrow x \underset{50}{\equiv}$ $13 + x \underset{20}{\equiv} 7 \Leftrightarrow x \underset{20}{\equiv}$	$\boxed{4}$ $4 \cdot x \underset{7}{\equiv} 1 \Leftrightarrow x \underset{7}{\equiv}$ $2 \cdot x \underset{13}{\equiv} 3 \Leftrightarrow x \underset{13}{\equiv}$ $13 \cdot x \underset{20}{\equiv} 19 \Leftrightarrow x \underset{20}{\equiv}$
$\boxed{5}$ Bei den Verküpfungstafeln für die Multiplikation lässt man die 0-Zeile und die 0-Spalte weg. Stellen Sie die Verknüfungstafeln für $(\mathbb{Z}_6, \cdot)$ und $(\mathbb{Z}_7, \cdot)$ auf.	$\boxed{6}$ Warum hat die Gleichung $2 \cdot x \underset{7}{\equiv} 5$ eine Lösung, aber $2 \cdot x \underset{6}{\equiv} 5$ nicht?
$\boxed{7}$ Welche Elemente in $(\mathbb{Z}_6, \cdot)$ haben kein Inverses? Was fällt an diesen Elementen auf?	$\boxed{8}$ **Elemente, die kein Inverses haben, heißen Nullteiler.** $(\mathbb{Z}_7, \cdot)$ ist also nullteilerfrei. Woran kann man das an der Tabelle sehen?
$\boxed{9}$ Stellen Sie eine Vermutung auf, welche $(\mathbb{Z}_m, \cdot)$ Nullteiler haben und welche nicht.	$\boxed{10}$ $\mathbb{Z}^*_{10} = \{1,3,7,9\}$ ist die Menge der zu 10 teilerfremden Zahlen aus $\mathbb{Z}_{10}$. Stellen Sie eine Verknüpfungstafel für $(\mathbb{Z}^*_{10}, \cdot)$ auf. Machen Sie sich klar, dass nun alle Elemente Inverse haben und es keine Nullteiler gibt.

Ausblick

Die Inversen sind für die Kryptografie so wichtig, weil sie die inversen Operationen, also das Entschlüsseln bewerkstelligen. Das Arbeiten im Modul hat zwei Vorteile: Es gibt Inverse, die keine Bruchzahlen sind, aber sie sind ohne gewisse Informationen nicht zu finden.