

**Aufgabe 1 zu DGL** Gegeben

ist die DGL  $\frac{y'}{x} + y = \frac{x^2}{10}$

Anfangswerte

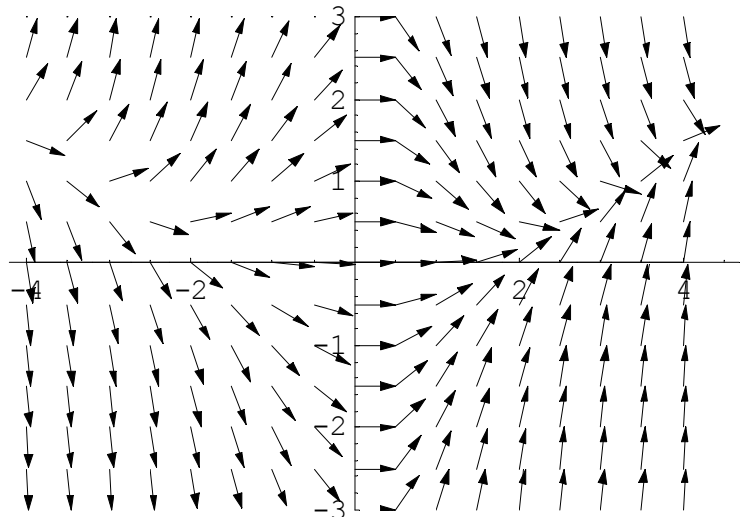
$x_0 = 2; y_0 = -1$

Zeigen Sie für  $h=0.5$  mit Hilfe einer Skizze wie beim Heunverfahren ein nächster Wert bestimmt wird.

Beschriften Sie die Skizze mit allen Werten, die Sie bei einer Berechnung erzeugen.

Grenzen Sie in Worten dieses

Vorgehen gegen das Eulerverfahren und gegen das Runge-Kutta-Verfahren 4. Ordnung ab. Heben Sie in dem gezeichneten Richtungsfeld ihren Schritt hervor.



Zeigen Sie, dass  $f_c(x) = c e^{-\frac{x^2}{2}} + \frac{1}{10}(x^2 - 2)$  die allgemeine Lösung ist und

bestimmen Sie  $c$  aus den Anfangsbedingungen.

Bestimmen Sie den Fehler, den Sie mit ihrem Heun-Schritt im Vergleich zum exakten Wert haben. Welchen Fehler hat man bei einem Euler-Schritt? Können Sie den Fehler einzeichnen?

Was meint Mathix, wenn er witzelt, hier reitet ja Gauß auf einer Parabel?

Zeichnen Sie Lösungskurven ins Richtungsfeld ein.

Leiten Sie für die Isoklinenschar eine Gleichung her und zeigen Sie mit Hilfe einer Skizze, wie hier Kurven auf einer Parabel „reiten“.

Sei die  $x$ -Achse die Zeitachse. Entwickelt sich das durch die DGL beschriebene System für positive  $x$  dann stabil oder instabil (mit Begr)?

Zeichnen Sie Isokline für  $m=0$  in das Richtungsfeld ein.

Handelt es sich um dieselbe Parabel, die auch Lösung ist?

**Aufgabe 2 zur numerischen Analysis**

Zeichnen Sie den Graphen von  $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{x}$  aus zwei Bausteinen mit deutlichen

Bezug aufeinander. Bestimmen Sie die Nullstelle mit dem Newtonverfahren in einem Schritt. Zeigen Sie diesen Schritt an einer qualitativen Extra-Skizze mit Verdeutlichung Ihrer Zwischenwerte an dieser Skizze.

Zeigen Sie an weiteren qualitativen Skizzen, was sich ändert, wenn man oben statt  $\frac{1}{x}$

$\frac{1}{x^2}$  oder  $\frac{1}{x^3}$  nimmt.

Berechnen Sie mit dem Keplerverfahren die Fläche, die sich zwischen  $f$  und der Bausteinparabel im Bereich  $x=1$  bis  $x=3$  ergibt. Heben Sie die Fläche in Ihrer Hauptzeichnung hervor und schätzen Sie sie elementargeometrisch ab.