

Aufgabe 1 Numerische Differentialgleichungen

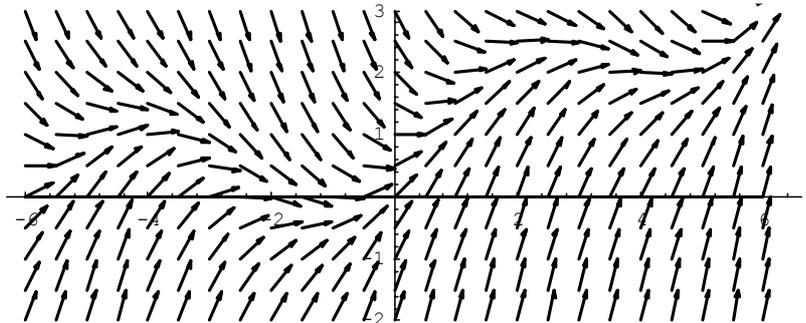
Gegeben ist die Differentialgleichung $y' + y = e^{\frac{x}{4}} + \sin x$

a) Es gilt die Anfangsbedingung

$$x_0 = 0 \quad y_0 = -1$$

Bestimmen Sie mit der Schrittweite $h=0,1$ rechts neben dem Anfangspunkt $P_0(0 / -1)$ näherungsweise noch zwei weitere Punkte P_1 und P_2 mit dem Heun-Verfahren.

Schreiben Sie hier nicht mehr als 4 wesentliche Dezimalen auf. Rechnen können Sie dennoch mit voller Anzeige. Notieren Sie Zwischenergebnisse nachvollziehbar.



b) Weisen Sie nach, daß $y = f_c(x) = c e^{-x} + 0,8 e^{\frac{x}{4}} - 0,5 \cos x + 0,5 \sin x$ allgemeine Lösung der DGL ist.

c) Bestimmen Sie in f_c die Konstante durch Verwendung der Anfangsbedingungen aus a). Berechnen Sie damit den Fehler, den Sie mit Ihrem 2. Punkt in a) gemacht haben.

d) Zeichnen Sie die Lösung aus c) und zwei weitere deutlich verschiedene Lösungen grob ein.

Aufgabe 2 Numerische Analysis

a) Skizzieren Sie die Funktion $y = f(x) = x + \cos x$ aus zwei Bausteinen g und h .

Nehmen Sie Stellung zum Gesamtverlauf.

b) Berechnen Sie die Nullstelle von f mit dem Newtonverfahren mit zwei Schritten. Notieren Sie Zwischenergebnisse nachvollziehbar.

c) Die Fläche unter f zwischen der Nullstelle und der Stelle $x = 0$ rotiere um die x-Achse. Berechnen Sie das Volumen des entstehenden Rotationskörpers näherungsweise mit dem Keplerverfahren.

Aufgabe 3 Gegeben ist die Differentialgleichung

$$y'' - 3y' - 10y = \sin(3t) \quad \text{mit den Anfangswerten} \quad y(0) = -1 \quad \text{und} \quad y'(0) = 2$$

a) Führen Sie den 1. Teil einer Laplacetransformation für die DGL durch.

Nur $F(s)$ ist in gut weiterverwertbarer Form zu bestimmen.

b) Geben Sie den Ansatz für eine Partialbruchzerlegung des dabei auftretenden Terms

$$\frac{3}{(s^2 + 9)(s^2 - 3s - 10)}$$

. Deuten Sie an, wie nun ein Gleichungssystem entsteht.

Wählen Sie selbst frei erfundene Zahlen für die typischen Terme im Ergebnis und übersetzen Sie mit Hilfe der Tabelle zurück in den Originalbereich.

Die anderen Terme von $F(s)$ brauchen Sie nicht zu berücksichtigen.

Es folgt Seite -2-

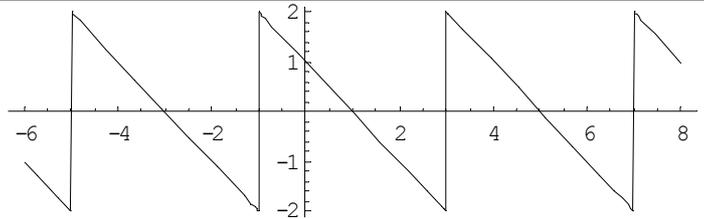
Aufgabe 4

Gemessen wurde $(1 / 5)$; $(2 / 8)$; $(3 / 13)$; $(4 / 22)$. Es handelt sich um eine Gesetzmäßigkeit des Typs $y = a e^{b x}$. Bestimmen Sie a und b, indem Sie eine **Ausgleichsgerade** für die einfach-logarithmierten Daten errechnen. Eine Zeichnung ist nicht verlangt.

Aufgabe 5

Gegeben ist eine Kippschwingung (siehe Bild).

Bestimmen Sie mit Hilfe eines Tafelwerkes in nachvollziehbarer Form die **Fourier-entwicklung**



Aufgabe 6 Statistik für lausige Zeiten

Mathix stellt in seiner Stahlfabrik **Kämme** her. Mathusalem hat eine gute Idee, das Herstellungsverfahren zu ändern, aber zunächst müssen einige statistische Untersuchungen angestellt werden.

a) Das neue Verfahren ist entwickelt worden, um die Bruchfestigkeit zu erhöhen. Bisher war die Bruchfestigkeit $F = 85 \text{ N} \pm 2 \text{ N}$.

Es wurde an 5 zufällig ausgewählten neuen Kämmen gemessen: **86,1 87,9 84,8 89,1 88,6 N**.

Geben Sie die neue Bruchfestigkeit als Meßwert an.

Führen Sie einen **Gauß-Test**, einen **t-Test** und einen **F-Test** durch und formulieren sie jeweils einen Antwortsatz.

b) Bei der Herstellung solcher Käämme können unabhängig voneinander folgende Fehler auftreten:

Eine Kamm kann krumm sein, er kann Risse haben oder er kann Oberflächenmängel haben.

Beim alten Verfahren traten diese Fehler mit den Wahrscheinlichkeiten 5% // 2% // 1% auf.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit war beim alten Verfahren ein Kamm völlig in Ordnung?

Mathusalem findet unter 200 ausgewählten Käämmen 193 völlig heile. Auf welchem Signifikanzniveau kann er behaupten, sein Verfahren produziere mehr völlig heile Käämme als das alte Verfahren?

c) An völlig heilen Käämmen kann Mathix 2,90 DM verdienen, an solchen, die entweder krumm sind oder einen Oberflächenmangel haben, verdient er noch 1,30 DM. Dagegen verursachen alle Käämme mit Rissen oder mehreren Mängeln 60 Pf Verlust. Welchen **Verdienst pro Kamm** hatte Mathix auf lange Sicht bei der alten Produktion (Prozentsätze aus der Einleitung von Frage b), Baumdiagramm) ?

d) Bei 600 zufällig ausgewählten neuen Käämmen wurden 40 gezählt, die Mängel aufwiesen.

Bestimmen Sie auf den 1%-Niveau ein **Konfidenzintervall** (näherungsweise) für den Anteil mangelhafter Käämme in der neuen Produktion.

Beachten Sie bitte, daß die Aufgaben gleichmäßig entsprechend ihrem Aufwand gewertet werden. Dadurch haben sie aber deutlich unterschiedliche Punkte. Mit etwa 80% erreichen Sie "sehr gut" mit etwa 40 % bestehen Sie die Klausur.

Gutes Gelingen!